РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ
2025, том 12, выпуск 2, с. 63–71

КОСМИЧЕСКИЕ НАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ПРИБОРЫ. РАДИОЛОКАЦИЯ И РАДИОНАВИГАЦИЯ

УДК 629.78 EDN NCTMAZ

Ориентация динамичного объекта с разрешением целочисленных неоднозначностей вторых разностей псевдодальностей по фазе несущей

В. В. Бетанов, *д. т. н., профессор, contact@spacecorp.ru*
АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация
В. Е. Вовасов, *д. т. н., доцент, contact@spacecorp.ru*
АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация
А. В. Воропаева, *аспирант, contact@spacecorp.ru*
АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация

Аннотация. Ориентация динамичного объекта с разрешением целочисленных неоднозначностей вторых разностей псевдодальностей по фазе несущей является достаточно сложной задачей, требующей при заданной высокой доверительной вероятности разрешения неоднозначностей значительного времени инициализации. Привлечение грубых измерений инклинометров и измерителя курса в качестве априорных данных позволяет существенно снизить время инициализации. Для получения высокоточных оценок сформирован фильтр калмановского типа, в качестве измерений которого используют углы Эйлера, полученные от формирователя, применяющего априорные данные о крене, тангаже и курсе от указанных датчиков, и приводится его алгоритм.

Проведенное авторами моделирование показало высокую эффективность предлагаемого способа раскрытия фазовых неоднозначностей. Время инициализации системы ориентации сокращено до нескольких секунд при доверительной вероятности 0,997. СКО оценки углов Эйлера формирователем при восьми наблюдаемых спутниках равно 0,003 радиана. Предложенный авторами фильтр калмановского типа позволяет сгладить аномальные измерения и довести точность ориентации до 0,001 радиана. Материал статьи будет полезен специалистам в области спутниковой навигации, геодезии и смежных дисциплин.

Ключевые слова: углы Эйлера, псевдодальности по фазе несущей, вторые разности псевдодальностей, разрешение фазовых неоднозначностей

Для цитирования: Бетанов В. В., Вовасов В. Е., Воропаева А. В. Ориентация динамичного объекта с разрешением целочисленных неоднозначностей вторых разностей псевдодальностей по фазе несущей. *Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы*. 2025. Т. 12. № 2. С. 63–71.

РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ
2025, том 12, выпуск 2, с. 63–71

КОСМИЧЕСКИЕ НАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ПРИБОРЫ. РАДИОЛОКАЦИЯ И РАДИОНАВИГАЦИЯ

Orientation of a Dynamic Object with Resolution of Integer Ambiguities of the Second Differences of Pseudoranges by the Carrier Phase

V. V. Betanov, *Dr. Sci. (Engineering), Prof., contact@spacecorp.ru*
Joint Stock Company "Russian Space Systems", Moscow, Russian Federation

V. E. Vovasov, *Dr. Sci. (Engineering), Associate Prof., contact@spacecorp.ru*
Joint Stock Company "Russian Space Systems", Moscow, Russian Federation

A. V. Voropaeva, *postgraduate student, contact@spacecorp.ru*
Joint Stock Company "Russian Space Systems", Moscow, Russian Federation

Abstract. Orientation of a dynamic object with resolution of integer ambiguities of the second differences of pseudoranges by the carrier phase is a rather complex task, requiring a significant initialization time for a given high confidence probability of ambiguity resolution. Involvement of rough measurements of inclinometers and the heading meter as a priori data makes it possible to significantly reduce the initialization time. To obtain highly accurate estimates, a Kalman-type filter is formed, the measurements of which are the Euler angles obtained from the former, using a priori data on the roll, pitch and heading from the specified sensors, and its algorithm is presented.

The modeling carried out by the authors showed the high efficiency of the proposed method for resolving phase ambiguities. The initialization time of the orientation system has been reduced to a few seconds at a confidence probability of 0.997. The standard deviation of the Euler angle estimate by the former with eight observed satellites is 0.003 radians. The Kalman-type filter proposed by the authors enables smoothing out of anomalous measurements and brings the orientation accuracy to 0.001 radians. The article's contents will be useful to specialists in the field of satellite navigation, geodesy and related disciplines.

Keywords: Euler angles, carrier phase pseudoranges, second differences of pseudoranges, resolution of phase ambiguities

For citation: Betanov V. V., Vovasov V. E., Voropaeva A. V. Orientation of a Dynamic Object with Resolution of Integer Ambiguities of the Second Differences of Pseudoranges by the Carrier Phase. *Rocket-Space Device Engineering and Information Systems*. 2025. Vol. 12. No. 2. P. 63–71. (in Russian)

Введение

В связи с тем, что в скором времени все спутники ГЛОНАСС будут излучать сигналы с кодовым разделением в диапазонах L1 и L2 аналогично GPS [1], обработку именно таких сигналов будем рассматривать в дальнейшем. Однако известно [2], что первые разности псевдодальностей для рассматриваемых сигналов содержат мешающие параметры, которые устраняются калибровкой антенно-фидерного тракта всех приемников, а это выполнить весьма трудно. В связи с этим будем рассматривать вторые разности псевдодальностей по фазе несущей лишенные указанного недостатка. Из-за близкого расположения антенн задержки сигналов, приходящих на разные приемники от спутника, вызванные ионосферой и тропосферой, а также ошибками эфемерид, будут равны. С учетом сказанного запишем вторые разности псевдодальностей по фазе несущей для антенн с номером 1 и 2 для сигнала j-го спутника, считая J спутник опорным, в виде [5, 6]

$$\begin{aligned}\nabla\Delta G^{\mathrm{L1},1,2}_{j,J}(t_M) &= G^{\mathrm{L1}}_{1,j}(t_M) - G^{\mathrm{L1}}_{2,j}(t_M) -\\ &- G^{\mathrm{L1}}_{1,J}(t_M) + G^{\mathrm{L1}}_{2,J}(t_M) = A_{1,2,j,J}(t_M) -\\ &- \Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}\cdot\lambda_{\mathrm{L1}} + \lambda_{\mathrm{L1}}(\varsigma^{\mathrm{L1},1}_{\psi_j}) - \lambda_{\mathrm{L1}}(\varsigma^{\mathrm{L1},2}_{\psi_j}) -\\ &- \lambda_{\mathrm{L1}}(\varsigma^{\mathrm{L1},1}_{\psi_J}) + \lambda_{\mathrm{L1}}(\varsigma^{\mathrm{L1},2}_{\psi_J}),\end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}\nabla\Delta G^{\mathrm{L2},1,2}_{j,J}(t_M) &= G^{\mathrm{L2}}_{1,j}(t_M) - G^{\mathrm{L2}}_{2,j}(t_M) -\\ &- G^{\mathrm{L2}}_{1,J}(t_M) + G^{\mathrm{L2}}_{2,J}(t_M) = A_{1,2,j,J}(t_M) -\\ &- \Delta M^{\mathrm{L2}}_{1,2,j,J}\cdot\lambda_{\mathrm{L2}} + \lambda_{\mathrm{L2}}(\varsigma^{\mathrm{L2},1}_{\psi_j}) - \lambda_{\mathrm{L2}}(\varsigma^{\mathrm{L2},2}_{\psi_j}) -\\ &- \lambda_{\mathrm{L2}}(\varsigma^{\mathrm{L2},1}_{\psi_J}) + \lambda_{\mathrm{L2}}(\varsigma^{\mathrm{L2},2}_{\psi_J}),\end{aligned} \tag{2}$$

где

$$\begin{aligned}A_{1,2,j,J}(t_M) &= R^j_1(t_M) - R^J_1(t_M) - R^j_2(t_M) +\\ &+ R^J_2(t_M) = -[\overline{e}_j(t_M) - \overline{e}_J(t_M)]^T \times\\ &\times T^{-1}_{E\to N}\cdot T_{B\to N}\cdot(\overline{x}_{\mathrm{BFS},2} - \overline{x}_{\mathrm{BFS},1}),\end{aligned} \tag{3}$$

$R^j_1(t_M)$ — значение истинной дальности от фазового центра антенны j-го спутника в момент излучения и фазового центра антенны 1 приемника в момент t_M;

λ_{L1}, λ_{L2} — длина волны сигнала в диапазоне L1 и L2;

c — скорость света;

$\varsigma^{\mathrm{L1},1}_{\psi_j}$, $\varsigma^{\mathrm{L2},1}_{\psi_j}$ — ошибки измерения псевдофазы приемником, соответствующим антенне 1 сигнала j-го спутника;

$\Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}$, $\Delta M^{\mathrm{L2}}_{1,2,j,J}$ — целочисленные разности фазовых неоднозначностей псевдодальностей по фазе несущей;

$\overline{e}_j(t_M)$ — направляющие косинусы;

$\overline{x}_{\mathrm{BFS},2} - \overline{x}_{\mathrm{BFS},1}$ — вектор разности координат 1-й и 2-й антенн «в системе координат BFS, связанной с объектом. Первая ось крена r (roll) этой системы ориентирована вдоль оси объекта по ходу его движения, вторая ось курса h (heading) направлена вверх и третья ось тангажа p (pitch) ориентирована направо относительно оси объекта. Углы r, h, p для краткости будем называть углами Эйлера» [8];

$$\mathbf{T}_{E\to N} = \begin{bmatrix} -\cos\lambda\cdot\sin\varphi & -\sin\lambda\cdot\sin\varphi & \cos\varphi \\ \cos\lambda\cdot\cos\varphi & \sin\lambda\cdot\cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \end{bmatrix}, \tag{4}$$

λ — долгота многовходового приемника, φ — широта многовходового приемника;

$$\mathbf{T}_{B\to N} = \begin{bmatrix} \cos h \times & \cos h\cdot\sin p\cdot\cos r + & \cos h\cdot\sin p\cdot\sin r - \\ \times\cos p & +\sin h\cdot\sin r & -\sin h\cdot\cos r \\ -\sin p & \cos p\cdot\cos r & \cos p\cdot\sin r \\ \sin h\times & \sin h\cdot\sin p\cdot\cos r - & \sin h\cdot\sin p\cdot\sin r + \\ \times\cos p & -\cos h\cdot\sin r & +\cos h\cdot\cos r \end{bmatrix}, \tag{5}$$

r — крен, p — тангаж, h — курс (углы Эйлера).

Очевидно, что если фазовые неоднозначности разрешены, то определение углов Эйлера соответствует решению системы нелинейных уравнений. Существует достаточно много способов разрешения фазовых неоднозначностей.

В первом способе на первом этапе по псевдофазовым измерениям отдельно для каждого базового вектора разрешают неоднозначности и определяют его проекции на оси гринвичской системы координат. Такая задача очень близка к линейной и решается с помощью хорошо развитых для линейных систем методов [2, 4, 8]. Традиционно такие алгоритмы используют метод максимального правдоподобия, а LAMBDA-метод (Least-squares AMBiguity Decorrelation Adjustment) используется для разрешения фазовых неоднозначностей [2, 3]. «Основной недостаток такого способа состоит в том, что не используется избыточность измерений. Матрица $\mathbf{T}_{B\to N}$ является матрицей преобразования координат. Свойства этого рода матриц таковы, что для определения 9 элементов матрицы $\mathbf{T}_{B\to N}$ достаточно найти только произвольные три ее элемента» [9]. На втором этапе с использованием части элементов матрицы $\mathbf{T}_{B\to N}$ по нелинейным формулам осуществляется вычисление углов курса, тангажа и крена. Для увеличения вероятности правильного разрешения неоднозначностей в этом способе предлагается использовать дополнительные сведения о геометрии антенной системы. «Для систем ориентации объектов, работающих в реальном времени, очень важным является определение времени гарантированной качественной работы или времени инициализации с заданной доверительной вероятностью. Этот способ не оперирует строгим понятием доверительной вероятности, а лишь некоторой статистической оценкой такой вероятности в подобных экспериментах или, как в LAMBDA-методе, степень надежности максимально правдоподобной оценки требуемых параметров определяется по величине контрастного отношения следующей за максимально правдоподобной оценкой, которое эвристически должно быть больше двух» [10].

В работе [7] рассмотрен другой способ разрешения фазовых неоднозначностей и получена аналитическая зависимость гарантированного времени инициализации для раскрытия фазовых неоднозначностей от параметров пользовательского навигационного приемника. При обычных навигационных приемниках значение этого гарантированного времени — не менее 25 секунд.

Целью работы является рассмотрение способа разрешения фазовых неоднозначностей, обеспечивающего уменьшение гарантированного времени инициализации с учетом использования априорных данных ориентации от датчиков курса и инклинометров. Тем более что все способы в конечном счете требуют решения нелинейных уравнений, для которых обязательно требуются априорные данные по углам Эйлера, способные обеспечивать указанные датчики с точностью не хуже 5 градусов. Приведем ниже работу формирователя оценок углов Эйлера, использующего априорные данные о крене, тангаже и курсе от указанных датчиков.

Работа формирователя

Вторые разности в диапазоне L1 и L2 обозначим как

$$\begin{aligned}\nabla\Delta G^{\mathrm{L1},1,2}_{j,J}(t_M) = [G^{\mathrm{L1}}_{1,j}(t_M)-\\ - G^{\mathrm{L1}}_{1,J}(t_M)] - [G^{\mathrm{L1}}_{2,j}(t_M) - G^{\mathrm{L1}}_{2,J}(t_M)],\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}\nabla\Delta G^{\mathrm{L2},1,2}_{j,J}(t_M) = [G^{\mathrm{L2}}_{1,j}(t_M)-\\ - G^{\mathrm{L2}}_{1,J}(t_M)] - [G^{\mathrm{L2}}_{2,j}(t_M) - G^{\mathrm{L2}}_{2,J}(t_M)].\end{aligned} \tag{7}$$

Тогда с учетом (1), (2), (3) перепишем их в виде

$$\nabla\Delta G^{\mathrm{L1},1,2}_{j,J}(t_M) = A_{1,2,j,J}(t_M) - \Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}\cdot\lambda_{\mathrm{L1}}, \tag{8}$$

$$\nabla\Delta G^{\mathrm{L2},1,2}_{j,J}(t_M) = A_{1,2,j,J}(t_M) - \Delta M^{\mathrm{L2}}_{1,2,j,J}\cdot\lambda_{\mathrm{L2}}. \tag{9}$$

С учетом (8), (9) запишем значения фазовых неоднозначностей обоих диапазонов:

$$\Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J} = \frac{A(t_M) - \nabla\Delta G^{\mathrm{L1},1,2}_{j,J}(t_M)}{\lambda_{\mathrm{L1}}}, \tag{10}$$

$$\Delta M^{\mathrm{L2}}_{1,2,j,J} = \frac{A(t_M) - \nabla\Delta G^{\mathrm{L2},1,2}_{j,J}(t_M)}{\lambda_{\mathrm{L2}}}. \tag{11}$$

Введя обозначение

$$B_{1,2,j,J}(t_M) = -\frac{\nabla\Delta G^{\mathrm{L1},1,2}_{j,J}(t_M)}{\lambda_{\mathrm{L1}}} + \frac{\nabla\Delta G^{\mathrm{L2},1,2}_{j,J}(t_M)}{\lambda_{\mathrm{L2}}}, \tag{12}$$

определим разность фазовых неоднозначностей диапазонов L1 и L2:

$$\begin{aligned}N_{1,2,j,J} = \Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J} - \Delta M^{\mathrm{L2}}_{1,2,j,J} =\\ = A(t_M)\cdot\frac{\lambda_{\mathrm{L2}}-\lambda_{\mathrm{L1}}}{\lambda_{\mathrm{L1}}\cdot\lambda_{\mathrm{L2}}} + B_{1,2,j,J}(t_M).\end{aligned} \tag{13}$$

Здесь с учетом максимальной длины базового вектора равного 1,34 м можно записать

$$\left|A(t_M)\cdot\frac{\lambda_{\mathrm{L2}}-\lambda_{\mathrm{L1}}}{\lambda_{\mathrm{L1}}\cdot\lambda_{\mathrm{L2}}}\right| \approx \left|1{,}16\cdot A(t_M)\right| \leqslant 1{,}56. \tag{14}$$

Тогда с учетом того, что физика этой величины — целое число, запишем (13) в виде

$$\begin{aligned}N_{1,2,j,J}(m) = \left[B_{1,2,j,J}(t_M)\right] + \left[A(t_M)\cdot\frac{\lambda_{\mathrm{L2}}-\lambda_{\mathrm{L1}}}{\lambda_{\mathrm{L1}}\cdot\lambda_{\mathrm{L2}}}\right] =\\ = \left[B_{1,2,j,J}(t_M)\right] + N(m).\end{aligned} \tag{15}$$

В соответствии с выражением (14) достаточно учесть пять значений величины N:

$$N(1) = -2; \quad N(2) = -1; \quad N(3) = 0; \quad N(4) = 1; \quad N(5) = 2.$$

Тогда с учетом (8), (9), (13) можно записать систему (16):

$$\begin{cases} Z_{1,2,j,J} = -\Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}(m) \cdot \lambda_{\mathrm{L1}} + \Delta M^{\mathrm{L2}}_{1,2,j,J}(m) \cdot \lambda_{\mathrm{L2}}, \\ \Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}(m) = N_{1,2,j,J}(m) + \Delta M^{\mathrm{L2}}_{1,2,j,J}(m). \end{cases} \tag{16}$$

Решая систему уравнений (16), получим

$$\Delta M^{\mathrm{L2}}_{1,2,j,J}(m) = \frac{Z_{1,2,j,J} + N_{1,2,j,J}(m) \cdot \lambda_{\mathrm{L1}}}{\lambda_{\mathrm{L2}} - \lambda_{\mathrm{L1}}}, \tag{17}$$

$$\Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}(m) = \frac{Z_{1,2,j,J} + N_{1,2,j,J}(m) \cdot \lambda_{\mathrm{L2}}}{\lambda_{\mathrm{L2}} - \lambda_{\mathrm{L1}}}. \tag{18}$$

Таким образом, с учетом выражения (15) имеем пять значений пар $\Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}(m)$ и $\Delta M^{\mathrm{L2}}_{1,2,j,J}(m)$. Выбор истинной пары предлагается получать с использованием априорных углов Эйлера. Обозначим значение априорных углов как h_0, r_0, p_0.

Определим априорное значение величины $A^{\mathrm{apr}}_{1,2,j,J}(t_M)$ с учетом (3)

$$A^{\mathrm{apr}}_{1,2,j,J}(t_M) = -[\overline{e}_j(t_M) - \overline{e}_J(t_M)]^T \times \times T^{-1}_{E\to N} \cdot T^{\mathrm{apr}}_{B\to N} \cdot (\overline{x}_{\mathrm{BFS},2} - \overline{x}_{\mathrm{BFS},1}). \tag{19}$$

Здесь

$$T^{\mathrm{apr}}_{B\to N} = \begin{bmatrix} \cos h_0 \times \\ \times \cos p_0 & \begin{matrix}\cos h_0 \cdot \sin p_0 \times \\ \times \cos r_0 + \\ + \sin h_0 \cdot \sin r_0\end{matrix} & \begin{matrix}\cos h_0 \cdot \sin p_0 \times \\ \times \sin r_0 - \\ - \sin h_0 \cdot \cos r_0\end{matrix} \\ -\sin p_0 & \cos p_0 \cdot \cos r_0 & \cos p_0 \cdot \sin r_0 \\ \begin{matrix}\sin h_0 \times \\ \times \cos p_0\end{matrix} & \begin{matrix}\sin h_0 \cdot \sin p_0 \times \\ \times \cos r_0 - \\ - \cos h_0 \cdot \sin r_0\end{matrix} & \begin{matrix}\sin h_0 \cdot \sin p_0 \times \\ \times \sin r_0 + \\ + \cos h_0 \cdot \cos r_0\end{matrix} \end{bmatrix},$$

получим

$$\Delta M^{\mathrm{L1,apr}}_{1,2,j,J} = \frac{A^{\mathrm{apr}}_{1,2,j,J}(t_M) - \nabla\Delta G^{\mathrm{L1},1,2}_{j,J}(t_M)}{\lambda_{\mathrm{L1}}}. \tag{20}$$

Назовем этот параметр для краткости Ва.

$$\Delta M^{\mathrm{L2,apr}}_{1,2,j,J} = \frac{A^{\mathrm{apr}}_{1,2,j,J}(t_M) - \nabla\Delta G^{\mathrm{L2},1,2}_{j,J}(t_M)}{\lambda_{\mathrm{L2}}}. \tag{21}$$

В качестве критерия выбора $\Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}(m)$ и $\Delta M^{\mathrm{L2}}_{1,2,j,J}(m)$ можно предложить минимальное значение разности:

$$\left|\Delta M^{\mathrm{L1,apr}}_{1,2,j,J} - \Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}(m)\right| = \min, \tag{22}$$

$$\left|\Delta M^{\mathrm{L2,apr}}_{1,2,j,J} - \Delta M^{\mathrm{L2}}_{1,2,j,J}(m)\right| = \min. \tag{23}$$

Раскрытие фазовых неоднозначностей вторых разностей псевдодальностей по фазе несущей производится с помощью выражения

$$\nabla\Delta G^{\mathrm{L1},1,2}_{j,J}[m] = \nabla\Delta G^{\mathrm{L1},1,2}_{j,J}(t_M) - \Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}[m] \cdot \lambda_{\mathrm{L1}}, \tag{24}$$

$$\nabla\Delta G^{\mathrm{L2},1,2}_{j,J}[m] = \nabla\Delta G^{\mathrm{L2},1,2}_{j,J}(t_M) - \Delta M^{\mathrm{L2}}_{1,2,j,J}[m] \cdot \lambda_{\mathrm{L2}}. \tag{25}$$

Запишем систему уравнений относительно неизвестных углов Эйлера

$$\overline{f}(r,h,p) = \begin{vmatrix} -[\overline{e}_1(t_M) - \overline{e}_J(t_M)]^T \cdot T^{-1}_{E\to N} \cdot T_{B\to N} \times \\ \times(\overline{x}_{\mathrm{BFS},2} - \overline{x}_{\mathrm{BFS},1}) - \nabla\Delta G^{\mathrm{L1},1,2}_{1,J}[m] \\ -[\overline{e}_1(t_M) - \overline{e}_J(t_M)]^T \cdot T^{-1}_{E\to N} \cdot T_{B\to N} \times \\ \times(\overline{x}_{\mathrm{BFS},2} - \overline{x}_{\mathrm{BFS},1}) - \nabla\Delta G^{\mathrm{L2},1,2}_{1,J}[m] \\ -[\overline{e}_1(t_M) - \overline{e}_J(t_M)]^T \cdot T^{-1}_{E\to N} \cdot T_{B\to N} \times \\ \times(\overline{x}_{\mathrm{BFS},3} - \overline{x}_{\mathrm{BFS},1}) - \nabla\Delta G^{\mathrm{L1},1,3}_{1,J}[m] \\ -[\overline{e}_1(t_M) - \overline{e}_J(t_M)]^T \cdot T^{-1}_{E\to N} \cdot T_{B\to N} \times \\ \times(\overline{x}_{\mathrm{BFS},3} - \overline{x}_{\mathrm{BFS},1}) - \nabla\Delta G^{\mathrm{L2},1,3}_{1,J}[m] \\ -[\overline{e}_1(t_M) - \overline{e}_J(t_M)]^T \cdot T^{-1}_{E\to N} \cdot T_{B\to N} \times \\ \times(\overline{x}_{\mathrm{BFS},4} - \overline{x}_{\mathrm{BFS},1}) - \nabla\Delta G^{\mathrm{L1},1,4}_{1,J}[m] \\ -[\overline{e}_1(t_M) - \overline{e}_J(t_M)]^T \cdot T^{-1}_{E\to N} \cdot T_{B\to N} \times \\ \times(\overline{x}_{\mathrm{BFS},4} - \overline{x}_{\mathrm{BFS},1}) - \nabla\Delta G^{\mathrm{L2},1,4}_{1,J}[m] \\ \cdots \\ -[\overline{e}_j(t_M) - \overline{e}_J(t_M)]^T \cdot T^{-1}_{E\to N} \cdot T_{B\to N} \times \\ \times(\overline{x}_{\mathrm{BFS},2} - \overline{x}_{\mathrm{BFS},1}) - \nabla\Delta G^{\mathrm{L1},1,2}_{j,J}[m] \\ -[\overline{e}_j(t_M) - \overline{e}_J(t_M)]^T \cdot T^{-1}_{E\to N} \cdot T_{B\to N} \times \\ \times(\overline{x}_{\mathrm{BFS},2} - \overline{x}_{\mathrm{BFS},1}) - \nabla\Delta G^{\mathrm{L2},1,2}_{j,J}[m] \\ -[\overline{e}_j(t_M) - \overline{e}_J(t_M)]^T \cdot T^{-1}_{E\to N} \cdot T_{B\to N} \times \\ \times(\overline{x}_{\mathrm{BFS},3} - \overline{x}_{\mathrm{BFS},1}) - \nabla\Delta G^{\mathrm{L1},1,3}_{j,J}[m] \\ -[\overline{e}_j(t_M) - \overline{e}_J(t_M)]^T \cdot T^{-1}_{E\to N} \cdot T_{B\to N} \times \\ \times(\overline{x}_{\mathrm{BFS},3} - \overline{x}_{\mathrm{BFS},1}) - \nabla\Delta G^{\mathrm{L2},1,3}_{j,J}[m] \\ -[\overline{e}_j(t_M) - \overline{e}_J(t_M)]^T \cdot T^{-1}_{E\to N} \cdot T_{B\to N} \times \\ \times(\overline{x}_{\mathrm{BFS},4} - \overline{x}_{\mathrm{BFS},1}) - \nabla\Delta G^{\mathrm{L1},1,4}_{j,J}[m] \\ -[\overline{e}_j(t_M) - \overline{e}_J(t_M)]^T \cdot T^{-1}_{E\to N} \cdot T_{B\to N} \times \\ \times(\overline{x}_{\mathrm{BFS},4} - \overline{x}_{\mathrm{BFS},1}) - \nabla\Delta G^{\mathrm{L2},1,4}_{j,J}[m] \end{vmatrix}, \tag{26}$$

где $j = \overline{1 \cdots J-1}$.

Эта система нелинейных уравнений (26), и для ее решения требуются априорные значения углов Эйлера. Используем метод Ньютона–Рафсона решения систем нелинейных уравнений (11).

Систему нелинейных уравнений (26), соответствующую разностям двойных разностей псевдодальностей по фазе несущей, можно записать в виде

$$\overline{f}(r,h,p) = \overline{f}(r_0+\Delta r, h_0+\Delta h, p_0+\Delta p) = 0. \quad (27)$$

Разлагая в ряд Тейлора это выражение и отбрасывая члены выше первого порядка, получим

$$\overline{f}(r_0+\Delta r, h_0+\Delta h, p_0+\Delta p) = \\ = \frac{\partial\overline{f}}{\partial r}\cdot\Delta r + \frac{\partial\overline{f}}{\partial h}\cdot\Delta h + \frac{\partial\overline{f}}{\partial p}\cdot\Delta p + \overline{f}(r_0,h_0,p_0) = 0. \quad (28)$$

Отсюда

$$\frac{\partial\overline{f}}{\partial r}\cdot\Delta r + \frac{\partial\overline{f}}{\partial h}\cdot\Delta h + \frac{\partial\overline{f}}{\partial p}\cdot\Delta p = -\overline{f}(r_0,h_0,p_0). \quad (29)$$

Запишем в матричной форме

$$\begin{vmatrix}\frac{\partial\overline{f}}{\partial r} & \frac{\partial\overline{f}}{\partial h} & \frac{\partial\overline{f}}{\partial p}\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}\Delta r\\ \Delta h\\ \Delta p\end{vmatrix} = -\overline{f}(r_0,h_0,p_0). \quad (30)$$

Решение предполагается производить в итерационной форме. Для чего в зависимости от номера итерации S введем обозначения:

$$\mathbf{\Delta\Theta}_s = \begin{bmatrix}\Delta h_{0,s} & \Delta r_{0,s} & \Delta p_{0,s}\end{bmatrix}^T, \quad (31)$$

$$\mathbf{H}_s = \begin{vmatrix}\frac{\partial\overline{f}}{\partial r} & \frac{\partial\overline{f}}{\partial h} & \frac{\partial\overline{f}}{\partial p}\end{vmatrix} = \begin{bmatrix} h^1_{r,s} & h^1_{h,s} & h^1_{p,s}\\ h^2_{r,s} & h^2_{h,s} & h^2_{p,s}\\ \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot\\ h^{J-1}_{r,s} & h^{J-1}_{h,s} & h^{J-1}_{p,s}\end{bmatrix}, \quad (32)$$

$$\mathbf{\Xi}_s = -\overline{f}(r_{0,s},h_{0,s},p_{0,s}). \quad (33)$$

Для решения матричного уравнения вида (30) обычно применяют метод псевдообратной матрицы [12]

$$\mathbf{\Delta}\widehat{\mathbf{\Theta}}_s = (\mathbf{H}_s^T\cdot\mathbf{H}_s)^{-1}\cdot\mathbf{H}_s^T\cdot\mathbf{\Xi}_s. \quad (34)$$

Будем считать, что значение $\mathbf{\Delta}\widehat{\mathbf{\Theta}}_s$, позволяет получить величины:

$$r_{0,s+1} = r_{0,s}+\Delta r_s, \quad h_{0,s+1} = h_{0,s}+\Delta h_s, \\ p_{0,s+1} = p_{0,s}+\Delta p_s,$$

которые и есть оценка углов Эйлера нашего формирователя. Эксперименты показали, что для высокоточного решения уравнения (34) достаточно двух итераций, т. е. $s = 2$.

Рассмотрим работу формирователя при априорной ошибке углов Эйлера, не превышающей 0,1 рад

При наличии четырех приемников и восьми наблюдаемых спутников количество исследуемых вариантов будет равно 21. Рассмотрим наиболее характерные.

Вариант 1. Используются данные сигналов спутников 1 и 8, приемников с антеннами 1 и 4. На рис. 1 представлены графики величин $\Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}(m)$ при $m = -2,-1,0,1,2$. Кроме того, приведено значение величины Ba ($\Delta M^{\mathrm{L1},apr}_{1,2,j,J}$) и выбранное значение $\Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}(m)$, ближайшее к Ba.

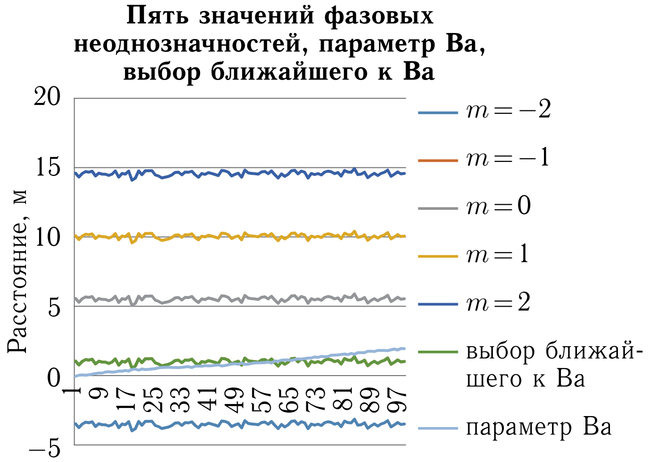

Рис. 1. Графики величин, определяемых формирователем при использовании параметров варианта 1

Fig. 1. Graphs of values determined by the generator when using the parameters of option 1

Выбранное значение, ближайшее к Ba, совпадает со значением графика, соответствующего $m = -1$, и представлено на рис. 2.

Физическая природа этой величины — целое число. Математическое ожидание измеренных величин равно 0,994175, а СКО равно 0,1598. Величины, близкие к 0,5 и 1,5, должны появляться

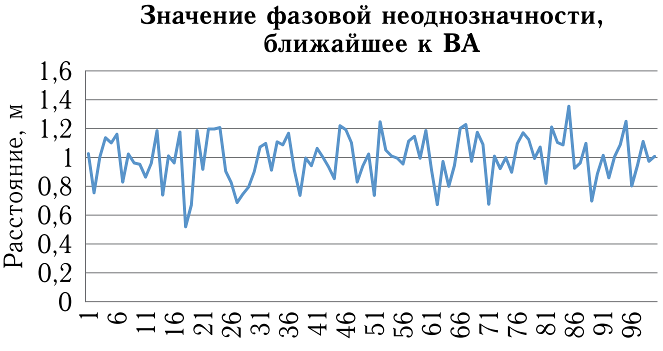

Рис. 2. Значение фазовой неоднозначности в диапазоне L1 $\Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}(m=-1)$ при использовании параметров варианта 1

Fig. 2. The value of phase ambiguity in the L1 $\Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}(m=-1)$ range when using the parameters of option 1

достаточно редко (3 за 1000 отсчетов), т. е. с вероятностью 0,997 (3 сигма). Очевидно, что округление этой величины до ближайшего целого может привести в аномальной ошибке (либо 0, либо 2) при большем интервале наблюдения.

Вариант 2. Используются данные сигналов диапазона L1 спутников 3 и 8, приемников с антеннами 1 и 4.

На рис. 3 представлены графики величин $\Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}(m)$ при $m=-2,-1,0,1,2$. Кроме того, приведено значение величины Ва ($\Delta M^{\mathrm{L1},apr}_{1,2,j,J}$) и выбранное значение $\Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}(m)$, ближайшее к Ва.

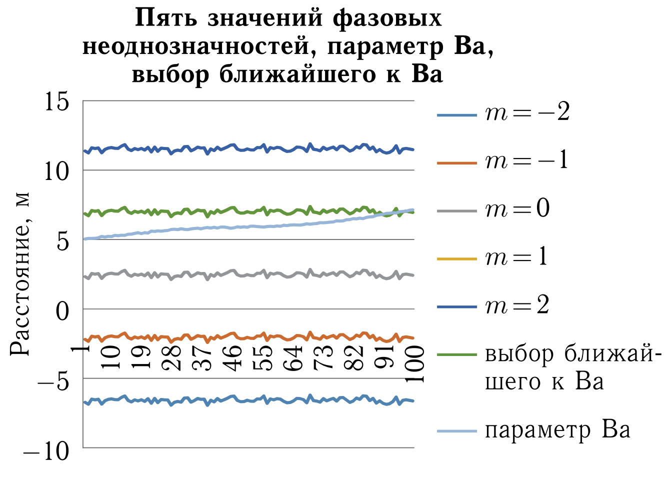

Рис. 3. Графики величин, определяемых формирователем при использовании параметров варианта 2

Fig. 3. Graphs of values determined by the generator when using the parameters of option 2

Выбранное значение, ближайшее к Ва, совпадает со значением графика, соответствующего $m=1$, и представлено на рис. 4.

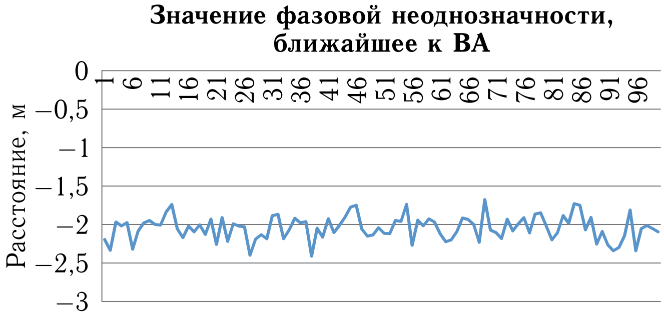

Рис. 4. Значение фазовой неоднозначности в диапазоне L1 $\Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}(m=1)$ при использовании параметров варианта 2

Fig. 4. The value of phase ambiguity in the L1 $\Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}(m=1)$ range when using the parameters of option 2

Вывод. Для априорной неопределенности углов Эйлера, равной 0,1 радиан, значения параметра m определяются однозначно. В выражение (24), (25) необходимо подставить целочисленное значение фазовой неоднозначности, полученное округлением до ближайшего целого. Так как СКО величины $\Delta M^{\mathrm{L1}}_{1,2,j,J}(m)$ близко к 0,17, то вероятность превышения модуля этой величины имеет значение 0,5, то есть вероятность возникновения аномальной ошибки не превышает по величине 0,997.

Точность оценки углов Эйлера в случае отсутствия аномальных ошибок характеризуется СКО измерений приемником псевдодальностей по фазе несущей. В нашем случае эта величина равна $\sigma_f = 0{,}003$ м. СКО получаемых измерений хорошо описываются следующим выражением:

$$\sigma_r \approx \sigma_p \approx \sigma_h \approx 2\cdot\sigma_f/\sqrt{N-1},$$

N — количество спутников, измерения которых включены в обработку.

Описание векторов и матриц фильтра калмановского типа

Считаем основным вращение с постоянной угловой скоростью. Оцениваемый вектор определим как $\overline{x} = \left| r \quad h \quad p \quad \dot{r} \quad \dot{h} \quad \dot{p} \right|^T$.

Тогда $A = \dfrac{\partial \dot{\overline{x}}}{\partial \overline{x}} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$

Вектором измерений будем считать вектор $\overline{z} = \begin{vmatrix} r \\ h \\ p \end{vmatrix}$, совпадающий с вектором $\overline{h}(\widehat{x}_{i+1/i}) = \begin{vmatrix} r \\ h \\ p \end{vmatrix}$.

Определим элементы матрицы $H = \dfrac{\partial \overline{h}}{\partial \overline{x}} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$.

В соответствии с введенным вектором измерений $\overline{z}_i$ представим матрицу ковариации шума измерений в виде

$$N = \begin{bmatrix} \sigma_\omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\omega^2 \end{bmatrix},$$

где $\sigma_\omega \approx \sigma_r \approx \sigma_p \approx \sigma_h \approx 2 \cdot \sigma_f / \sqrt{N-1}$.

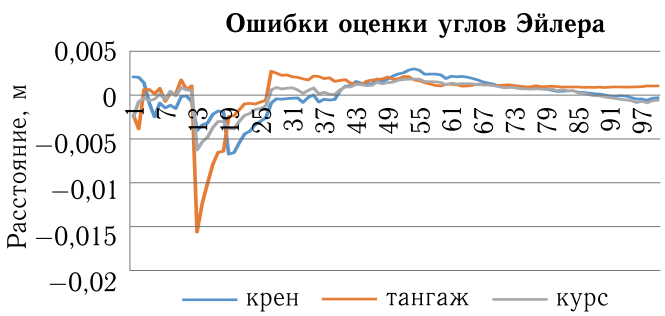

Рис. 5. Оценка ошибки углов Эйлера без устранения аномальных ошибок
Fig. 5. Estimation of the error of Euler angles without eliminating anomalous errors

Результаты работы ФКТ при наличии неустраненных аномальных ошибок формирователя представлены на рис. 5. Можно считать, что за 100 секунд наблюдения ФКТ оценивает углы Эйлера до 0,001 рад (0,06 град = 4 угл. мин).

Заключение

Предложен новый способ разрешения фазовых неоднозначностей, использующий априорные данные об углах Эйлера и обеспечивающий уменьшение гарантированного времени инициализации. В качестве априорных данных могут быть использованы измерения датчиков курса и инклинометров, которые могут обеспечивать точность углов Эйлера не хуже 5 градусов.

Моделирование показало высокую эффективность предлагаемого способа раскрытия фазовых неоднозначностей. Время инициализации системы ориентации сокращено до нескольких секунд при доверительной вероятности 0,997. В случае необходимости увеличения доверительной вероятности возможно применение некоторого усреднения, но при этом возрастает время инициализации.

СКО оценки углов Эйлера формирователем при восьми наблюдаемых спутниках равно 0,003 радиана. Фильтр калмановского типа позволяет сгладить аномальные измерения и довести точность ориентации до 0,001 радиана.

Так как спутники ГЛОНАСС будут излучать сигналы с кодовым разделением не только в диапазонах L1 и L2, но и L3, то возможно использование нового способа разрешения неоднозначностей с использованием сигналов в диапазонах L1, L3 и L2, L3, что расширяет возможности предлагаемого способа.

Список литературы

1. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Радиотехника, 2010. 796 с.

2. *Поваляев А. А.* Спутниковые радионавигационные системы: время, показания часов, формирование измерений и определение относительных координат. М.: Радиотехника, 2008. 328 с.

3. *Поваляев А. А.*, *Вейцель В. А.*, *Мазепа Р. Б.* Глобальные спутниковые системы синхронизации и управления в околоземном пространстве: Учеб. пособие. М.: Вузовская книга, 2012. 188 с.

4. *Антонович К. М.* Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии: в 2 т. М.: ФГУП «Картгеоцентр», 2005. 2 т.

5. *Вовасов В. Е.*, *Мазепа Р. Б.*, *Сухарев Д. А.*, *Воропаева А. В.* Метод раскрытия фазовых неоднозначностей, использующий обработку псевдодальностей по коду и фазе несущей в фильтре калмановского

типа // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы, 2021, т. 8, № 3. С. 1–10.

6. *Вовасов В.Е.*, *Бетанов В.В.*, *Воропаева А.В.* Метод высокоточного позиционирования потребителей информации спутниковых систем // Правовая информатика, 2020, № 3. С. 53–64.

7. *Бетанов В.В.*, *Федотов С.А.*, *Вовасов В.Е.* Метод раскрытия фазовых неоднозначностей с заданной доверительной вероятностью // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского, 2024, № 693. С. 14–21.

8. *Поваляев Е.А.* Система определения ориентации по одномоментным измерениям в СРНС GPS/ГЛОНАСС. Дисс.... канд. техн. наук: 05.12.04, Москва, МАИ, 2002, 154 с.

9. *Глухов П.Б.* Определение ориентации объекта по одномоментным измерениям в СРНС. Дисс.... канд. техн. наук: 05.12.14, Москва, МАИ, 2008, 177 с.

10. *Касулин Е.А.* Разработка субметровых по точности алгоритмов относительной навигации подвижных объектов по фазовым измерениям сигналов глобальных навигационных систем / 66-я Всероссийская научная конференция МФТИ, 02.04.2024, ПАО «РКК “Энергия”», Москва 2024.

11. *Гутер Р.С.*, *Резниковский П.Т.* Программирование и вычислительная математика. Вып. 2. Вычислительная математика. Программная реализация вычислительных методов. М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1971. 262 с.

12. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. М.: Наука, 1978.

Дата поступления рукописи
в редакцию 14.04.2025
Дата принятия рукописи
в печать 29.05.2025