

УДК 006.92 EDN QSNJ TZ

Компенсация релятивистского ухода бортовых часов навигационного спутника, движущегося по геосинхронной орбите

В. Ф. Фатеев, *д. т. н., профессор, generalfar@mail.ru*

*Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений
(ФГУП «ВНИИФТРИ»), Менделеево, Московская обл., Россия*

С. И. Донченко, *д. т. н., профессор, director@vniiftri.ru*

*Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений
(ФГУП «ВНИИФТРИ»), Менделеево, Московская обл., Россия*

Аннотация. В статье рассмотрен алгоритм компенсации релятивистского ухода бортовых часов навигационного спутника ГЛОНАСС, движущегося по перспективной геосинхронной орбите. Первая часть алгоритма предполагает компенсацию линейно нарастающего расхождения бортового и наземного времени путем введения в значение частоты задающего генератора спутниковых квантовых часов постоянной частотной поправки. Вторая часть предполагает компенсацию «эллиптической» переменной составляющей расхождения бортового и спутникового времени путем расчета корректирующей поправки на борту навигационного потребителя на основе текущих значений координат и составляющих скорости спутника в невращающейся геоцентрической системе координат ICRS. Постоянная частотная поправка учитывает среднее значение высоты орбиты, высоту размещения наземных часов над геоидом, отклонение большой полуоси спутника от среднего ее значения, а также влияние второй зональной гармоники геопотенциала на высоте спутника. Погрешность компенсации по частоте в относительных единицах не превышает $3 \cdot 10^{-16}$, по времени — 30 пикосекунд. При решении классической навигационной задачи по созвездию из четырех спутников принцип компенсации «эллиптической» составляющей может применяться на борту наземных, воздушных и космических потребителей.

Ключевые слова: линейный релятивистский уход бортового времени, «эллиптический» релятивистский уход бортового времени, компенсация релятивистского ухода бортового времени.

Compensation for Relativistic Drift of the On-Board Clock of a Navigation Satellite Moving in a Geosynchronous Orbit

V. F. Fateev, *Dr. Sci. (Engineering), Professor, generalfar@mail.ru*

*Federal State Unitary Enterprise “National Research Institute for Physicotechnical and Radio Engineering
Measurements” (FSUE “VNIIFTRI”), Mendeleevo, Moscow region, Russian Federation*

S. I. Donchenko, *Dr. Sci. (Engineering), Professor, director@vniiftri.ru*

*Federal State Unitary Enterprise “National Research Institute for Physicotechnical and Radio Engineering
Measurements” (FSUE “VNIIFTRI”), Mendeleevo, Moscow region, Russian Federation*

Abstract. The article discusses an algorithm for compensating for the relativistic drift of the on-board clock of a GLONASS navigation satellite moving in a promising geosynchronous orbit. The first part of the algorithm involves compensation for the linearly increasing discrepancy between the onboard and ground time by introducing a constant frequency correction into the frequency value of the master oscillator of the satellite quantum clock. The second part involves compensation for the «elliptical» variable component of the discrepancy between onboard and satellite time by calculating a correction on board the navigation consumer device based on the current values of the coordinates and satellite velocity components in the non-rotating geocentric coordinate system ICRS. The constant frequency correction takes into account the average value of the orbital altitude, the height of the ground clock above the geoid, the deviation of the satellite's semi-major axis from its average value, as well as the influence of the second zonal harmonic of the geopotential at the satellite's altitude. The compensation error in frequency in relative units does not exceed $3 \cdot 10^{-16}$, and 30 picoseconds in time. When solving the classical navigation problem over a constellation of four satellites, the principle of compensation for the «elliptical» component can be used on board ground-based, airborne and spaceborne consumers.

Keywords: linear relativistic drift of on-board time, «elliptical» relativistic drift of on-board time, compensation of relativistic drift of on-board time

Введение

Как известно, одним из условий обеспечения высокой точности навигации в глобальных навигационных спутниковых системах (ГНСС) является условие полной синхронизации наземной и спутниковой шкал времени системы. Решение этой задачи связано с созданием высокостабильных хранителей времени, размещаемых на Земле и на борту навигационных спутников, а также с учетом релятивистских сдвигов бортовой шкалы времени навигационных спутников. Эти задачи особенно обостряются при создании высокоорбитального космического комплекса (ВКК) ГЛОНАСС, основанного на группировке геосинхронных навигационных спутников.

Для оснащения перспективных навигационных спутников в системе ГЛОНАСС планируется создание бортового синхронизирующего устройства на основе водородных квантовых часов с нестабильностью $(3-5) \cdot 10^{-15}$, что обеспечивает погрешность хранения бортовой шкалы на суточном интервале около 0,3–0,4 нс. Вместе с тем релятивистские смещения бортовой шкалы времени геосинхронного спутника относительно наземной шкалы Центрального синхронизатора превышают эти погрешности на несколько порядков. В этой связи с целью полного исключения влияния релятивистских эффектов на точность навигации целесообразно установить пределы аналитического учета этих эффектов примерно на порядок меньше: по относительному смещению частоты — $3 \cdot 10^{-16}$, по суточному смещению бортовых шкал — примерно 30 пикосекунд.

Постановка задачи

В соответствии с [1–4] релятивистское расхождение шкалы времени бортовых спутниковых квантовых часов τ_c относительно базовой шкалы времени τ , формируемой наземными эталонными квантовыми часами, определяется в виде суммы линейно изменяющейся и периодической составляющих:

$$\Delta\tau_p = \tau_c - \tau = \Delta\tau_p^- + \Delta\tau_p^{\text{эл}}. \quad (1)$$

где $\Delta\tau_p^-$ — линейно нарастающая составляющая в базовом времени τ ; $\Delta\tau_p^{\text{эл}}$ — переменная

составляющая, вызванная влиянием эллиптичности орбиты спутника (т. е. влиянием эксцентриситета e).

На основе этой формулы соответствующая релятивистская погрешность измерения дальности ΔR_p в беззапросном дальномерном канале на линии «навигационный спутник–потребитель» составит примерно: $\Delta R_p \approx c\Delta\tau_p$ (здесь c — скорость света в вакууме). Поэтому с точностью до приведенной выше погрешности расчета релятивистских эффектов условие высокой точности дальномерных беззапросных измерений в ГНСС можно представить в виде:

$$\Delta\tau_p \approx 0. \quad (2)$$

Далее рассмотрим возможность выполнения условия (2) на основе анализа составляющих релятивистского расхождения, перечисленных в формуле (1). Исследование проведем применительно к бортовым спутниковым часам навигационного спутника, движущегося по геосинхронной орбите ВКК со следующими параметрами: среднее значение большой полуоси $a_0 = 42,16 \cdot 10^6$ м, наклонение $i = 64,8^\circ$ и эксцентриситет $e = 0,072$.

Линейная составляющая ухода времени

Линейно нарастающая составляющая релятивистского ухода шкалы бортового спутникового времени относительно шкалы наземного эталонного времени определяется формулой [3]:

$$\Delta\tau_p^- = (\tau - \tau_n) \left[\frac{1}{c^2} \left(\varphi_G - \frac{3\mu_e}{2a_0} \right) - \frac{g_{0i}H_{0i}}{c^2} \mp \frac{3\mu_e}{2c^2 a_0^2} \Delta a_j - \frac{7}{2} \frac{\mu_e R_e^2 J_2}{c^2 a_0^3} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \right], \quad (3)$$

где $(\tau - \tau_n)$ — интервал текущего базового времени τ , отсчитываемый относительно начального момента синхронизации τ_n бортовой и наземной шкал времени;

— **первое слагаемое** в квадратной скобке формулы (3) определяет главное по величине относительное релятивистское смещение частоты f_c бортового задающего генератора квантовых часов навигационного спутника относительно эталонной частоты наземных часов f_0 :

$$\frac{\Delta f_p^{гг}}{f_0} = \frac{(f_c - f_0)_p^{гг}}{f_0} = \frac{1}{c^2} \left(\varphi_G - \frac{3\mu_e}{2a_0} \right), \quad (4)$$

где $\varphi_G = 6,26368534 \cdot 10^7 \text{ м}^2/\text{с}^2$ — гравитационный потенциал на поверхности геоида; $\mu_e = 3,986 \times 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$ — геоцентрическая гравитационная постоянная; $a_0 = 42,16 \cdot 10^6 \text{ м}$ — среднее значение большой полуоси многоспутниковой системы НКА на геосинхронных орбитах;

— **второе слагаемое** в квадратных скобках формулы (3) определяет относительное гравитационное изменение частоты задающего генератора наземного эталона времени, вызванное изменением гравитационного потенциала i -й точки размещения базовых часов $\Delta\varphi_i = -H_{0i}g_{0i}$ относительно геоида с ортометрической высотой точки их размещения H_{0i} относительно поверхности геоида и ускорением свободного падения в точке установки наземного эталона времени g_{0i} ;

— **третье слагаемое** формулы (3) вызвано отличием действительного значения большой полуоси орбиты j -го навигационного спутника, входящего в многоспутниковую систему спутников ВКК на ГСО, от его среднего значения: $\pm\Delta a_j = a_j - a_0$. По сравнению с a_0 это отличие незначительно, т. е. $\Delta a_j \ll a_0$. Вместе с тем, например, для штатной орбиты ГЛОНАСС оно достигает сотен метров;

— **четвертое слагаемое** формулы (3) определяет взаимное микросмещение шкал спутникового и наземного времени вследствие влияния второй зональной гармоники разложения геопотенциала Земли. Здесь приняты следующие новые условные обозначения соответственно: $R_e = 6,378 \cdot 10^6 \text{ м}$; $J_2 = 1082,6 \cdot 10^{-6}$; $i = 64,8^\circ$ — средний экваториальный радиус Земли, коэффициент при второй зональной гармонике геопотенциала, наклонение геосинхронной орбиты.

Оценка величины составляющих линейных релятивистских смещений бортового и наземного времени

Оценим величину релятивистских линейно нарастающих рассогласований бортовой и наземной шкал времени, входящих в формулу (3), для геосинхронной орбиты:

1. Относительная величина постоянной составляющей частотного смещения, определяемой **первым слагаемым** формулы (3), равна $+5,39140 \cdot 10^{-10}$. На суточном интервале она вызывает нежелательное линейное смещение шкалы времени на величину на $+46,6 \text{ мкс}$ в сутки, что в отсутствие компенсации приведет к ошибке измерения дальности $\Delta R_{p1} \approx +13,9 \text{ км}$.

2. Величина **второго слагаемого** для Центрального синхронизатора ГЛОНАСС, размещенного, например, в точке с ортометрической высотой над поверхностью геоида $H_0 \approx +170 \text{ м}$ и ускорением силы тяжести $g_0 \approx 9,81 \text{ м}/\text{с}^2$, составляет около $-1,85 \cdot 10^{-14}$. Это вызывает соответствующее смещение шкал времени «борт–Земля» за сутки примерно на $-1,6 \text{ нс}$ ($\Delta R_{p2} \approx -48 \text{ см}$). Для синхронизатора, размещенного над геоидом на высоте $+230 \text{ м}$, имеем смещение шкал $-2,1 \text{ нс}$ и $\Delta R_{p2} \approx -63 \text{ см}$. Для синхронизатора, размещенного над геоидом на высоте $+77 \text{ м}$, аналогично получаем: $-0,7 \text{ нс}$ и $\Delta R_{p2} \approx -21 \text{ см}$.

3. Величина релятивистского относительно смещения бортовой частоты и смещения бортового времени, определяемого **третьим слагаемым** (3), например, при $\Delta a \approx \pm 500 \text{ м}$, составляет, соответственно, около $\mp 0,19 \cdot 10^{-14}$ и $\mp 0,16 \text{ нс}$ ($\Delta R_p \approx \mp 4,8 \text{ см}$).

4. **Четвертое слагаемое** (3), определяемое влиянием второй зональной гармоники, обуславливает относительное смещение бортовой частоты и смещение бортовой шкалы, соответственно, на $-0,2 \cdot 10^{-14}$ и $-0,18 \text{ нс}$ ($\Delta R_p \approx -5,4 \text{ см}$).

5. **Оценка влияния дополнительных факторов**. Кроме влияния второй зональной гармоники, исследовалось влияние на бортовую и наземную шкалы времени следующих **дополнительных факторов** [1,4]:

- третьей и последующих гармоник разложения потенциала ГПЗ;
- приливных потенциалов Луны (M) и Солнца (S) на орбите спутника, а также их влияние на изменение формы Земли;
- неравномерности вращения Земли на шкалу времени наземных квантовых часов. Это выполнено при учете следующих показателей вращения: отклонения угловой скорости от его номинального значения, прецессии и нутации вектора угловой скорости Земли, а также конусообразующего движения линии полюсов Земли вокруг ее оси вращения;
- солнечного давления, которое влияет на размер полуоси орбиты.

Установлено, что на принятом выше уровне точности учет микросмещений шкалы наземного времени, вызванных влиянием перечисленных факторов, нецелесообразен в силу их малости.

Переменная составляющая релятивистского ухода бортового времени, вызванная эллиптичностью орбиты

Переменную «эллиптическую» составляющую релятивистского ухода бортового спутникового времени представим тремя известными совершенно идентичными формами [1–3]:

$$\Delta\tau_p^{\text{эл}} = -\frac{2e\sqrt{\mu_e a_0}}{c^2} \sin E = -\frac{2\vec{R}_c \vec{V}_c}{c^2} = -\frac{2}{c^2} (XV_x + YV_y + ZV_z)_c, \quad (5)$$

где e — эксцентриситет орбиты; E — эксцентриситетическая аномалия спутника на орбите; \vec{R}_c, \vec{V}_c — текущий радиус-вектор и текущий вектор скорости спутника \vec{V}_c в невращающейся земной системе координат ICRS; $(X, Y, Z)_c$ и $(V_x, V_y, V_z)_c$ — текущие прямоугольные координаты и составляющие скорости спутника по осям невращающейся системы отсчета ICRS.

Первая из представленных форм удобна для оценки амплитуды релятивистского «эллиптического» смещения. Третья из представленных форм очень удобна для расчета текущего релятивистского ухода бортовой спутниковой шкалы времени, вызванного эллиптичностью орбиты, для последующего его учета и компенсации. Важно отметить, что вторая и третья формы представления (5) не содержат текущего времени, оно содержится в текущих координатах и скорости.

Оценка амплитуды синусоидально изменяющегося в зависимости от E «эллиптического» смещения шкалы времени НКА при $a_0 = 42,16 \cdot 10^6$ м, $e = 0,072$ дает следующий результат: $\Delta\tau_p^{\text{эл}} \approx \pm 207$ нс. Неучет этого сдвига бортового времени вызывает ошибку измерения дальности до НКА $\Delta R_p^{\text{эл}} \approx \pm 62$ м.

Расчет текущего релятивистского «эллиптического» ухода бортового времени НКА (5) можно выполнить на борту потребителя по известным текущим координатам и скорости навигационного спутника. Важно отметить, что при этом не используются данные о шкале времени потребителя. Другими словами, при решении классической навигационной задачи с использованием созвездия из четырех спутников эта формула одинаково применима как для наземных и воздушных потребителей, так и для космических потребителей.

Алгоритм компенсации релятивистских уходов бортовой шкалы времени

Для определения искомого алгоритма формулу (1) с учетом формул (3) и (5) представим в виде:

$$\Delta\tau_p = \tau_c - \tau = \Delta\tau_p^- + \Delta\tau_p^{\text{эл}} = \frac{\Delta f_p^-}{f_0} (\tau - \tau_H) - \frac{2}{c^2} (XV_x + YV_y + ZV_z)_c, \quad (6)$$

где $\Delta\tau_p^- = \frac{\Delta f_p^-}{f_0} (\tau - \tau_H)$, причем

$$\frac{\Delta f_p^-}{f_0} = \frac{1}{c^2} \left(\varphi_G - \frac{3\mu_e}{2a_0} \right) - \frac{g_{0i} H_{0i}}{c^2} \mp \frac{3\mu_e}{2c^2 a_0^2} \Delta a_j - \frac{7}{2} \frac{\mu_e R_e^2 J_2}{c^2 a_0^3} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \quad (7)$$

— постоянное взаимное релятивистское смещение частот задающих генераторов бортовых и наземных квантовых часов, вызывающее линейное во времени изменение расхождения бортовой и наземной шкал времени;

$$\Delta\tau_p^{\text{эл}} = -\frac{2}{c^2}(XV_x + YV_y + ZV_z)_c \quad (8)$$

— «эллиптическая» составляющая ухода бортовой шкалы.

Компенсация линейного ухода времени на борту навигационного спутника

Основным методом компенсации линейного ухода бортовой шкалы навигационного спутника, определяемого первым слагаемым правой части формулы (6) и реализованного во всех современных ГНСС, является введение постоянной частотной корректирующей поправки $\Delta f_{\text{корр}}^-$ в значение частоты задающего генератора бортовых квантовых часов перед запуском их на орбиту. В данном случае она должна быть равна и обратна по знаку частотному смещению, определяемому формулой (7):

$$\begin{aligned} \frac{\Delta f_{\text{корр}}^-}{f_0} = -\frac{\Delta f_p^-}{f_0} = & -\left[\frac{1}{c^2} \left(\varphi_G - \frac{3\mu_e}{2a_0} \right) - \frac{g_{0i}H_{0i}}{c^2} \mp \right. \\ & \left. \mp \frac{3\mu_e}{2c^2 a_0^2} \Delta a_j - \frac{7}{2} \frac{\mu_e R_e^2 J_2}{c^2 a_0^3} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \right]. \quad (9) \end{aligned}$$

Используя оценки релятивистских составляющих этого соотношения, выполненные в разделе «Оценка величины составляющих линейных релятивистских смещений бортового и наземного времени» данной статьи, при размещении синхронизатора, например, на высоте +170 м получаем значение корректирующей поправки с точностью до пятого знака после запятой:

$$\frac{\Delta f_{\text{корр}}^-}{f_0} = -5,39162 \cdot 10^{-10}. \quad (10)$$

В результате введения этой корректирующей поправки в значение частоты бортового задающего генератора спутниковых квантовых часов результирующее скорректированное значение линейного

релятивистского ухода бортового времени становится равным нулю при любой продолжительности интервала прогнозирования:

$$(\Delta\tau_p^-)_{\text{корр}} = \frac{\Delta f_p^- + \Delta f_{\text{корр}}^-}{f_0} (\tau - \tau_H) = 0. \quad (11)$$

Компенсация «эллиптического» релятивистского ухода на борту потребителя

На борту потребителя по известным текущим координатам и составляющим вектора скорости навигационного спутника в невращающейся системе координат ICRS вычисляется корректирующая поправка, равная по величине и обратная по знаку «эллиптическому» уходу (8):

$$\Delta\tau_{\text{корр}}^{\text{эл}} = +\frac{2}{c^2}(XV_x + YV_y + ZV_z)_c. \quad (12)$$

В результате введения этой поправки в результаты измерения дальности, содержащие смещение (8), на борту потребителя с помощью корректирующей поправки (12) формируется скорректированное нулевое значение «эллиптического» релятивистского ухода бортовой шкалы навигационного спутника:

$$(\Delta\tau_p^{\text{эл}})_{\text{корр}} = \Delta\tau_p^{\text{эл}} + \Delta\tau_{\text{корр}}^{\text{эл}} = 0. \quad (13)$$

Таким образом, в результате коррекции линейной и периодической составляющих ухода бортового времени навигационного спутника на геосинхронной орбите выполняется условие (2), соответствующее полной синхронизации бортовой и наземной шкал времени ГНСС.

Заключение

Предлагаемый алгоритм компенсации релятивистского расхождения наземной шкалы времени и бортового времени навигационного спутника на геосинхронной орбите содержит две операции:

- компенсацию линейно нарастающего расхождения бортового и наземного времени путем введения в значение частоты задающего генератора спутниковых квантовых часов постоянной частотной поправки, учитывающей высоту

околокруговой орбиты, высоту размещения наземных часов над геоидом, отклонение значения большой полуоси спутника от среднего ее значения, а также влияние второй зональной гармоники геопотенциала;

- компенсацию «эллиптической» составляющей расхождения времени на борту навигационного потребителя путем расчета корректирующей поправки на основе текущих значений координат и составляющих скорости спутника в невращающейся геоцентрической системе координат ICRS.

Погрешность компенсации по частоте в относительных единицах не превышает $3 \cdot 10^{-16}$, по времени — 30 пикосекунд.

Важно отметить, что при решении классической навигационной задачи по созвездию минимум из четырех спутников этот принцип компенсации «эллиптической» составляющей может применяться как на борту наземных, так и на борту космических потребителей. При сокращенном количестве используемых спутников необходимо знать точное бортовое время потребителя, что особенно актуально для космического потребителя. Однако в данной статье этот вопрос не рассматривается.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ в рамках научного проекта № 23-67-10007.

Список литературы

1. *Фатеев В. Ф.* Релятивистская метрология околоземного пространства-времени и ее практические приложения // *Астрономический журнал.* 2018, Т. 5, № 12. С. 1–6.
2. *Ashby N.* Relativity in the Global Positioning System // *Living Reviews in Relativity.* 2003. V. 6. P. 1–42.
3. *Фатеев В. Ф.* Релятивистские эффекты в спутниковых квантовых часах на эллиптических орбитах глобальных навигационных спутниковых систем // *Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы.* 2023. Т. 10, вып. 2. С. 1–10.
4. *Фатеев В. Ф.* Релятивистские эффекты в бортовых часах навигационных спутников, движущихся по околокруговым орбитам // *Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы.* 2023. Т. 10, вып. 4. С. 15–24.

Дата поступления рукописи
в редакцию 01.11.2023

Дата принятия рукописи
в печать 11.01.2024