

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ,
ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ И СИСТЕМЫ ТЕЛЕМЕТРИИ.
ДИСТАНЦИОННОЕ ЗОНДИРОВАНИЕ ЗЕМЛИ

УДК 006.92 EDN NASHVI

**Релятивистские эффекты в бортовых часах
навигационных спутников,
движущихся по околокруговым орбитам**

В. Ф. Фатеев, *д. т. н., профессор, generalfar@mail.ru*

*Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений
(ФГУП «ВНИИФТРИ»), Менделеево, Московская обл., Россия*

Аннотация. Статья является продолжением статьи автора, посвященной релятивистским эффектам в квантовых часах на эллиптических орбитах [1]. Получены уточненные формулы для расчета релятивистских эффектов изменения частоты и времени в спутниковых часах, находящихся на штатных околокруговых орбитах ГЛОНАСС, а также на перспективных геосинхронных орбитах. Аналитически учтены частотные эффекты с относительной величиной более $3 \cdot 10^{-16}$, а также релятивистские смещения бортовых шкал, превышающие 25 пикосекунд (пс). Установлено, что на принятом уровне точности целесообразно учитывать погрешность принятой в настоящее время частотной коррекции бортовых часов, разность потенциалов геоида и точки стояния Центрального синхронизатора, различие размера большой полуоси спутника и среднего ее значения для всей системы спутников, влияние второй зональной гармоники потенциала Земли, а также составляющую релятивистского ухода времени, пропорциональную второй степени эксцентриситета.

Ключевые слова: релятивистские эффекты, смещение бортовой шкалы времени, гравитационное смещение частоты, квантовые часы, глобальные навигационные спутниковые системы

**Relativistic Effects in the On-Board Clocks
of Navigation Satellites Moving in Near-Circular Orbits**

V. F. Fateev, *Dr. Sci. (Engineering), Prof., generalfar@mail.ru*

*Federal State Unitary Enterprise “National Research Institute for Physicotechnical and Radio Engineering
Measurements” (FSUE “VNIIFTRI”), Mendeleevo, Moscow region, Russian Federation*

Abstract. The article is a continuation of the author’s article on relativistic effects in quantum clocks in elliptical orbits [1]. Refined formulas have been obtained for calculating the relativistic effects of changes in frequency and time in satellite clocks located in standard GLONASS near-circular orbits, as well as in promising geosynchronous orbits. Frequency effects with a relative magnitude of more than $3 \cdot 10^{-16}$, as well as relativistic shifts of onboard scales exceeding 25 picoseconds (ps), are taken into account analytically. It has been established that, at the accepted level of accuracy, it is advisable to take into account the error of the currently accepted frequency correction of the on-board clock, the potential difference between the geoid and the position of the Central synchronizer, the difference in the size of the semi-major axis of the satellite and its average value for the entire satellite system, the influence of the second zonal harmonic of the Earth’s potential, and also a component of the relativistic time drift, proportional to the second degree of eccentricity.

Keywords: relativistic effects, on-board time scale shift, gravitational frequency shift, quantum clocks, global navigation satellite systems

Введение

Результаты исследований релятивистских эффектов смещения шкалы времени и частоты задающего генератора квантовых (атомных) часов на эллиптических орбитах рассмотрены автором в предыдущей статье [1]. Известно несколько обширных отечественных и зарубежных обзоров, посвященных результатам теоретических и экспериментальных работ по теме релятивистских эффектов [2–4, 6–8]. Релятивистские эффекты применительно к околокруговым средневысотным орбитам, используемым в глобальных навигационных спутниковых системах (ГНСС), в частности к GPS, наиболее глубоко исследованы в работах [5, 6, 11, 12], где рассмотрено влияние второй зональной гармоники разложения гравитационного потенциала Земли на бортовое время.

Современные ГНСС продолжают развиваться. В целях повышения точности навигации в ГЛОНАСС планируется создание бортового синхронизирующего устройства навигационного КА, оснащенного водородными бортовыми хранителями времени и частоты с нестабильностью $(3-5) \cdot 10^{-15}$, а также перспективными стандартами, в частности на изотопах иттербия с нестабильностью $(0,5-5) \times 10^{16}$ [7, 8]. Обсуждается вопрос о введении в состав орбитальной группировки ГЛОНАСС высокоорбитального космического комплекса (ВКК), основанного на использовании геосинхронных орбит с небольшим эксцентриситетом [7]. Вместе с тем оценок по релятивистскому смещению собственной частоты задающих генераторов бортовых квантовых часов навигационных спутников на таких орбитах в известных публикациях не представлено. Оценка влияния высших гармоник разложения потенциала Земли, а также влияние лунно-солнечных приливов на шкалу времени и частоту бортовых квантовых часов не проводилась.

Статья — продолжение статьи автора, посвященной релятивистским эффектам в часах, движущихся по эллиптическим орбитам. Целью данной статьи является уточнение релятивистских соотношений для частоты и времени спутниковых квантовых часов, размещенных на околокруговых средневысотных и геосинхронных орбитах ГНСС. Планируется учет воздействия микропотенциалов,

вызванных неоднородностью поля Земли, а также влиянием ближайших небесных тел. Предполагается аналитически учесть частотные эффекты с относительной величиной около $3 \cdot 10^{-16}$ и более, а также релятивистские суточные смещения бортовых шкал, превышающие примерно 25 пс.

Исходные соотношения

Рассмотрим пару взаимодействующих высокостабильных квантовых часов в глобальной навигационной спутниковой системе (ГНСС): наземные часы с базовой шкалой времени τ_0 и бортовые часы навигационного КА (спутниковые часы) со шкалой τ_c . Если в качестве координатного времени принять геоцентрическое координатное время $t = t_{\text{TSG}}$, то и интервалы собственного времени определяются через соответствующие интервалы координатного времени dt_0, dt_c в виде

$$d\tau_0 = \theta_0 dt_0, \quad d\tau_c = \theta_c dt_c, \quad (1)$$

где θ_0, θ_c — коэффициенты преобразования шкал собственного времени наземных и спутниковых часов, которые рассчитываются в невращающейся в инерциальном пространстве Международной небесной системе отсчета ICRS (International Celestial Reference System) [1].

Соответствующие собственные частоты задающих генераторов (ЗГ) этих часов обозначим через $f_0^{3\Gamma}, f_c^{3\Gamma}$. Согласно [1, 9] соотношение интервалов собственного времени и собственных частот задающих генераторов движущихся часов при $dt_c = dt_0$ выражается в виде:

$$\frac{d\tau_c}{d\tau_0} = \frac{f_c^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} = \frac{\theta_c}{\theta_0}. \quad (2)$$

Таким образом, изменение масштаба бортового времени τ_c спутниковых часов относительно шкалы времени τ_0 вызывает прямо пропорциональное изменение частоты задающего генератора часов спутника $f_c^{3\Gamma}$ относительно частоты $f_0^{3\Gamma}$ базовых наземных часов. Ожидаемое изменение частоты задающего генератора квантовых часов в гравитационном поле измерено автором в условиях наземного эксперимента [10].

Из (2) следуют выражения для релятивистской разности бортового и базового времени и разности частот задающих генераторов спутниковых и наземных часов:

$$\frac{\Delta f_p^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} = \frac{f_c^{3\Gamma} - f_0^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} = \frac{\theta_C}{\theta_0} - 1, \quad (3)$$

$$\Delta\tau_P = \Delta\tau_c - \Delta\tau_0 = \int_{\tau_{01}}^{\tau_{02}} \frac{\Delta f_p^{3\Gamma}(\tau_0)}{f_0^{3\Gamma}} d\tau_0 = \int_{\tau_{01}}^{\tau_{02}} \left(\frac{\theta_c}{\theta_0} - 1 \right) d\tau_0. \quad (4)$$

Поскольку базовые часы располагаются на поверхности вращающейся Земли и движутся вокруг оси вращения со скоростью \mathbf{V}_0 , то коэффициент θ_0 для них определяется формулой [1]:

$$\theta_0 = 1 - \frac{\Phi_0}{c^2} - \frac{\Delta V_\Omega^2}{2c^2}, \quad (5)$$

где $\Delta \mathbf{V}_\Omega$ — вариации скорости вращения Земли Ω_0 за счет влияния прецессии, нутации и девиации вектора скорости вращения, а также за счет углового колебания линии полюсов Земли; Φ_0 — обобщенный потенциал в точке размещения наземных часов, который представляется в виде:

$$\begin{aligned} \Phi_0 &= \varphi_0 + \frac{1}{2} \Omega_e^2 \rho_0^2 \cos^2 \psi_0 = \varphi_G + \int_0^{H_0} \frac{\partial \Phi_0}{\partial H} dH = \\ &= \varphi_G - g_0 H_0 + g_\Omega H_0 \cos \psi_0, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\varphi_G = 6,26368534 \cdot 10^7 \text{ м}^2/\text{с}^2$ — потенциал геоида; H_0 — ортометрическая высота рассматриваемой точки размещения наземных часов, отсчитываемая от поверхности геоида в теле Земли до точки на физической поверхности Земли; $g_0 = \mu_e/\rho_0^2$ — среднее значение ускорения свободного падения вдоль линии ортометрической высоты точки размещения часов с геоцентрической высотой ρ_0 ; $g_\Omega = \Omega_0^2 \rho_0 \cos \psi_0$ — центробежное ускорение точки размещения часов с геоцентрической широтой ψ_0 .

С учетом воздействия на спутниковые часы составляющих неоднородности потенциала гравитационного поля Земли (второй и других зональных гармоник), а также приливных потенциалов Луны и Солнца коэффициент θ_C для спутниковых часов (1) представляется в виде [1]:

$$\theta_c = 1 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{\mu_e}{\rho_c} + \frac{V_c^2}{2} \right) - \frac{1}{c^2} (\delta\varphi_n^c + \delta\varphi_{MS}^c), \quad (7)$$

где μ_e — геоцентрическая гравитационная постоянная; ρ_c , \mathbf{V}_c — соответственно текущая геоцентрическая высота и текущая геоцентрическая скорость спутника; $\delta\varphi_n^c$, $\delta\varphi_{MS}^c$ — соответственно микропотенциалы возмущающих гармоник потенциала ГПЗ, а также скалярная сумма приливных микропотенциалов Луны (М) и Солнца (S), воздействующих на спутник.

Используя соотношения (5)–(7) и основные формулы для кеплеровского невозмущенного эллиптического движения спутника, выраженные через его среднюю аномалию M [11, 12], соотношение (3) для релятивистского расхождения частот спутниковых и наземных часов получаем в следующем общем виде [1]:

$$\frac{\Delta f_p^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} = \frac{f_c^{3\Gamma} - f_0^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} = \frac{1}{c^2} \left(\Phi_0 - \frac{3\mu_e}{2a} \right) + \frac{\Delta f_p^{\text{эл}}}{f_0^{3\Gamma}} + \frac{\delta f_\mu^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}}, \quad (8)$$

где

$$\frac{\Delta f_p^{\text{эл}}}{f_0^{3\Gamma}} = \frac{(f_c^{3\Gamma} - f_0^{3\Gamma})^{\text{эл}}}{f_0^{3\Gamma}} = -\frac{4\mu_e}{c^2 a} \sum_{k=1}^{\infty} J_k(ke) \cos kM \quad (9)$$

— «эллиптическая составляющая релятивистского смещения частоты 3Г бортовых часов относительно частоты 3Г наземных часов;

$$J_k(ke) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+k)!} \left(\frac{ke}{2} \right)^{k+2n} \quad \text{— функция Бесселя первого рода;}$$

$$M = \Omega_c(\tau - \tau_\Pi) \quad \text{— средняя аномалия;}$$

$$\tau_\Pi \quad \text{— время прохождения перигея;}$$

$\Omega_c = \sqrt{\mu_e/a^3}$ — средняя угловая скорость движения спутника по орбите (среднее движение);

$$\delta f_\mu^{3\Gamma} = \delta f_n^c + \delta f_{MS}^c + \delta f_\Omega^E \quad (10)$$

— сумма релятивистских микросмещений частот задающих генераторов 3Г борта и Земли, обусловленная суммарным действием микропотенциалов неоднородности ГПЗ (δf_n^c), лунно-солнечных приливов (δf_{MS}^c), а также влиянием неравномерности вращения Земли (δf_Ω^E) через вариации скорости вращения Земли $\Delta \mathbf{V}_\Omega$ в формуле (5).

Соответствующее релятивистское расхождение шкал времени наземных и бортовых квантовых часов получаем путем интегрирования частотного смещения (8) в соответствии с формулой (3)

на интервале базового времени от момента синхронизации τ_H до текущего момента τ (индекс «0» для простоты далее опускаем):

$$\Delta\tau_P = \frac{1}{c^2} \left(\Phi_0 - \frac{3\mu_e}{2a} \right) (\tau - \tau_H) + \Delta\tau_P^{\text{эл}} + \delta\tau_\mu, \quad (11)$$

где

$$\Delta\tau_P^{\text{эл}} = -\frac{4\sqrt{\mu_e a}}{c^2} \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_k(k\epsilon)}{k} [\sin k\Omega_c (\tau - \tau_\Pi) - \sin k\Omega_c (\tau_H - \tau_\Pi)] \quad (12)$$

— «эллиптическая» составляющая смещения шкал времени «борт–Земля»;

$$\delta\tau_\mu = \delta\tau_n^c + \delta\tau_{MS}^c + \delta\tau_\Omega^E \quad (13)$$

— суммарное взаимное релятивистское микросмещение шкал времени борта и Земли, обусловленное действием микропотенциалов неоднородности ГПЗ ($\delta\tau_n^c$), лунно-солнечных приливов ($\delta\tau_{MS}^c$), а также влиянием неравномерности вращения Земли ($\delta\tau_\Omega^E$) вследствие $\Delta\mathbf{V}_\Omega$.

Релятивистские микросмещения частоты и времени на околокруговых средневысотных и геосинхронных орбитах ГНСС

Рассмотрим микросмещения частоты и времени на околокруговых орбитах ГНСС, вызванные воздействием микропотенциалов вследствие неоднородности ГПЗ, лунно-солнечных приливов, а также вследствие неравномерности вращения Земли. Суммарные микросмещения представлены формулами (10) и (13).

1) **Микропотенциалы, создаваемые наиболее значимыми гармониками** разложения потенциала ГПЗ — второй и третьей зональными гармониками, — определяются известными соотношениями [12, 13]:

$$\begin{aligned} \delta\varphi_2^c &= -\frac{\mu_e R_e^2 J_2}{2\rho_c^3} (3 \sin^2 \psi_c - 1), \\ \delta\varphi_3^c &= -\frac{\mu_e R_e^3 J_3}{2\rho_c^4} (5 \sin^3 \psi_c - 3 \sin \psi_c), \end{aligned} \quad (14)$$

где $J_2 = 1082,6 \cdot 10^{-6}$; $J_3 = -2,532 \cdot 10^{-6}$ — коэффициенты, соответственно, при второй и третьей зональных гармониках потенциала; R_e — экваториальный радиус Земли; ρ_c , ψ_c — радиус-вектор и геоцентрическая широта точки размещения спутника в ГПЗ.

Приведенные микропотенциалы ГПЗ оказывают на шкалу времени и частоту ЗГ часов двоякое воздействие: во-первых, через непосредственное воздействие на пространственно-временной интервал, во-вторых, опосредованно через изменение орбиты спутника, в частности, большой полуоси, эксцентриситета и эксцентрической аномалии [5, 6].

Исследования влияния второй гармоники потенциала на релятивистские смещения частоты $\Delta f_P^{n2}/f_0$ и времени $\delta\tau_P^{n2}$ бортовых часов [9], проведенные автором в продолжение известных исследований для случая околокруговых орбит [5, 6], дают следующие результаты:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta f_P^{n2}}{f_0} &= \\ &= -\frac{N_2}{a_0^3} \left[\frac{7}{2} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) + \sin^2 i \cos 2\Omega_c (\tau - \tau_\Pi) \right], \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \delta\tau_P^{n2} &= \int_{\tau_H}^{\tau} \frac{\Delta f_P^{n2}}{f_0} d\tau = -\frac{7N_2}{2a_0^3} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) (\tau - \tau_H) - \\ &- \frac{J_2 \sqrt{\mu_e a}}{2c^2} \left(\frac{R_e}{a} \right)^2 \sin^2 i \times \\ &\times [\sin 2\Omega_c (\tau - \tau_\Pi) - \sin 2\Omega_c (\tau_H - \tau_\Pi)], \end{aligned} \quad (16)$$

где $N_2 = \mu_e R_e^2 J_2 / c^2 = \text{const}$; i — наклонение орбиты.

Как видно из этих формул, микросмещение частоты ЗГ, вызванное влиянием второй зональной гармоники, имеет постоянную составляющую (она впервые определена в [5, 6]) и переменную составляющую с удвоенной частотой обращения спутника по орбите с периодом 6 часов, причем обе составляющие зависят от наклона и размера большой полуоси орбиты. Кроме того, в процессе исследования установлено, что эффект непосредственного влияния потенциала и эффект влияния потенциала на бортовое время через изменение высоты околокруговой орбиты складываются, однако

вторая причина в шесть раз больше (это видно из коэффициента $7/2 = 1/2 + 6/2$) [9].

Для типовой орбиты ГЛОНАСС ($a_0 = 25,5 \times 10^6$ м; $i = 64,8^\circ$) постоянное релятивистское микросмещение частоты бортового ЗГ и амплитуда переменного микросмещения (первый и второй члены в (15)) достигают величин, соответственно, $+0,95 \cdot 10^{-14}$ и $0,97 \cdot 10^{-14}$. На суточном интервале времени это вызывает линейное смещение бортовой шкалы (первый член в (16)) примерно на $+0,82$ нс. Амплитуда 6-часового колебания релятивистского смещения времени (второй член в (16)) при тех же исходных данных достигает 5 пс, поэтому на принятом уровне точности ее можно не учитывать.

Важно отметить, что все средневысотные орбиты GPS, Galileo и BeiDou, а также геосинхронные орбиты BeiDou имеют наклонение около 55° . Поэтому для этих орбит эффекты, определяемые первыми слагаемыми формул (15) и (16), становятся пренебрежимо малыми.

Для расчета влияния второй зональной гармоники на релятивистские эффекты на геосинхронных орбитах ГЛОНАСС с малым эксцентриситетом ($a_0 = 42,16 \cdot 10^6$ м; $i = 64,8^\circ$; $e = 0,072$) вполне пригодны формулы (15) и (16). Постоянное релятивистское микросмещение частоты ЗГ (первый член в (15)) достигает около $2 \cdot 10^{-15}$, что вызывает смещение бортовой ШВ в сутки на величину около 0,2 нс. Амплитуды переменных эффектов, определяемых вторыми слагаемыми формул (15) и (16) для данной орбиты, пренебрежимо малы.

Интересно отметить, что для ГСО при $i = 0$ величина первого слагаемого (16) примерно такая же, как и в ГЛОНАСС на геосинхронной средневысотной орбите (т.е. около $+0,8$ нс), а переменная составляющая равна нулю.

Исследование влияния третьей и последующих гармоник разложения потенциала ГПЗ показывают [9], что вызываемое ими непосредственное относительное смещение частоты имеет величину порядка $0,34 \cdot 10^{-17}$, что вызывает соответствующее смещение бортового времени не более 1 пс. Это объясняется тем, что коэффициенты при этих гармониках на 3–4 порядка меньше, чем коэффициент при второй зональной гармонике J_2 . Влияние составляющих разложения потенциала порядка 8×8

на высоту орбиты Δa_0 имеет максимальный период 6 ч и амплитуду в единицы метров [17]. Поэтому на периоде обращения НКА его влияние на релятивистское смещение бортового времени усредняется до незначительных величин. В связи с этим учет влияния высших составляющих неоднородности ГПЗ на бортовую шкалу времени НКА пока нецелесообразен.

2) Приливные потенциалы Луны (M) и Солнца (S) на спутнике определяются соотношением [13]

$$\delta\varphi_j^c = -\frac{\mu_j \rho_c^2}{2r_j^3} (3 \cos^2 z_c^j - 1), \quad (17)$$

где $j = M, S$; z_c^j — зенитное расстояние спутника относительно направления на j -е небесное тело; ρ_c — геоцентрическая высота спутника; μ_j — гравитационная постоянная j -го небесного тела.

В ходе исследования непосредственного влияния приливных потенциалов на бортовые спутниковые часы были получены необходимые рабочие формулы [9]. При этом показано, что приливный частотный сдвиг бортового генератора спутниковых часов имеет постоянную составляющую и периодическую с удвоенной частотой относительно частоты обращения по орбите. Соответственно приливный релятивистский сдвиг бортовой шкалы времени имеет линейную составляющую во времени и периодическую с периодом вдвое меньшим периода обращения спутника по орбите.

Оценка максимальной величины постоянных приливных смещений частоты ЗГ для часов на штатной орбите ГЛОНАСС A_M (для Луны) и A_S (для Солнца) дала следующие результаты: $A_M^{\text{ГЛОН}} = 5 \cdot 10^{-16}$; $A_S^{\text{ГЛОН}} = 1,7 \cdot 10^{-16}$. Соответствующие суточные линейные релятивистские набегі времени не превышают 12 пс и 5 пс, в связи с чем ими можно пренебречь [9].

Как отмечалось выше, релятивистское смещение бортовой шкалы может существенно изменяться при воздействии возмущающих факторов, в данном случае Луны и Солнца, на высоту орбиты НКА. Результаты известных исследований [17] свидетельствуют о том, что воздействие этих небесных тел на большую полуось орбиты ГЛОНАСС имеет периодический характер с периодом около 12 ч.

При этом для Луны амплитуда периодического колебания полуоси орбиты НКА $\Delta a_M \approx \pm 200$ м, для Солнца $\Delta a_S \approx \pm 75$ м. На одной четверти периода обращения спутника ГЛОНАСС по орбите влияние колебания полуоси на частоту и время спутника будет максимальным. Оценка по методике, представленной в разделе «Релятивистские эффекты частоты и времени в квантовых часах на околокруговых орбитах ГНСС и возможности их компенсации» показывает, что гравитационное смещение бортовой шкалы за счет лунных приливов составит примерно 12 пс, за счет солнечных — не более 4 пс. Кроме того, за счет периодического обращения НКА по орбите влияние и этих малых периодических приливных воздействий полностью компенсируется.

Еще один возмущающий приливный фактор состоит в изменении формы Земли из-за влияния лунно-солнечных приливов. Исследования показывают [17], что изменение большой полуоси орбиты НКА, вызванное этим воздействием, имеет период 12 ч и амплитуду для Луны $\Delta a_M \approx 3-5$ см. Для Солнца воздействие еще меньше. Поэтому этими приливными факторами также пренебрегаем.

В целом интегральное воздействие Луны и Солнца на бортовую шкалу времени НКА на штатных орбитах за сутки на принятом уровне точности можно считать несущественным.

Для оценки приливных эффектов для геосинхронных перспективных орбит ГЛОНАСС воспользуемся оценкой эффектов для спутников, движущихся по геостационарной орбите (ГСО). Расчет для этих орбит дает следующие максимальные значения коэффициентов влияния Луны и Солнца [9]: $A_M^{ГСО} \approx 1,4 \cdot 10^{-15}$; $A_S^{ГСО} \approx 0,5 \cdot 10^{-15}$. Соответствующий максимально возможный линейный суточный сдвиг шкалы времени на ГСО, вызванный влиянием приливных потенциалов Луны и Солнца, достигает 0,04 нс и 0,015 нс соответственно. Для геосинхронных орбит с наклоном $i \approx 64,8^\circ$ максимальные приливные эффекты пропорциональны $\cos i \approx 0,43$ и поэтому составляют, соответственно, 16 и 6 пикосекунд. В связи с этим далее ими можно пренебречь.

3) Исследование неравномерности вращения Земли на шкалу времени наземных квантовых часов выполнено при учете следующих показателей

вращения [9, 14]: отклонение угловой скорости от его номинального значения, прецессия и нутация вектора угловой скорости Земли, а также конусообразующее движение линии полюсов Земли вокруг ее оси вращения.

Исследование проведено как для прямого воздействия на шкалу времени микропотенциалов, вызванных неравномерностью вращения, так и для воздействия микропотенциалов на шкалу времени через влияние их на большую полуось орбиты ГЛОНАСС.

Непосредственное влияние неравномерности вращения на суточное смещение наземной шкалы времени составляет [9, 14]: по нутации — 0,016 нс, по отклонению полюсов — 0,008 нс, по прецессии — $1,4 \cdot 10^{-6}$ нс, по неравномерности самой угловой скорости вокруг оси OZ — 10^{-3} нс.

Воздействия всех перечисленных факторов на большую полуось орбиты имеют периодический характер с периодом обращения спутника по орбите и имеют следующие амплитуды [17]: по прецессии и нутации — менее 1 м, по отклонению полюсов — (3–5) м, по неравномерности угловой скорости — 5 см.

Поэтому на принятом уровне точности влиянием факторов неравномерности вращения Земли также можно пренебречь.

В целом оценка величин гравитационных микросмещений показала, что для штатных и перспективных околокруговых орбит ГЛОНАСС на принятом уровне точности целесообразен учет лишь постоянной составляющей влияния второй зональной гармоники. При этом соотношения (10) и (13) принимают вид соответственно: $\delta f_\mu^{3\Gamma} = \delta f_n^C$; $\delta \tau_\mu = \delta \tau_n^C$.

Релятивистские эффекты частоты и времени в квантовых часах на околокруговых орбитах ГНСС и возможности их компенсации

Для орбит КА современных ГНСС, близких к круговым ($e \ll 1$), в формулах (9)–(12) можно оставить лишь две функции Бесселя [12]: $J_1(e) \approx e/2$; $J_2(2e) \approx e^2/2$.

Кроме того, для сетевых космических систем навигации характерно различие размеров полуосей орбит спутников, входящих в орбитальную сеть, до нескольких сотен метров. Поэтому полуось орбиты j -го спутника представим в виде: $a_j = a_0 \pm \Delta a_j$, где a_0 — среднее значение большой полуоси для спутников ГНСС; $\pm \Delta a_j$ — отличие большой полуоси каждого спутника от ее среднего значения, причем $\pm \Delta a_j \ll a_0$. В результате в соотношении (8) второе слагаемое в скобке в связи с учетом $\pm \Delta a_j$ разбивается на две части:

$$\frac{(\Delta f_p^{3\Gamma})_{\Delta a}}{f_0^{3\Gamma}} = \frac{1}{c^2} \left(\Phi_0 - \frac{3\mu_e}{2a_0} \pm \frac{3\mu_e}{2a_0^2} \Delta a_j \right). \quad (18)$$

Далее следует учесть рассмотренное выше влияние второй зональной гармоники в виде постоянной составляющей в формуле (15), а также выражение (6) для обобщенного гравитационного потенциала в точке размещения наземных часов. Поскольку в формуле (6) $g_\Omega \leq 3,4 \cdot 10^{-2}$ м/с², то, при условии $H_0 \cos \psi_0 \leq 300$ м, последним членом можно пренебречь.

Наконец, следует учесть негравитационный фактор, который существенно влияет на размер полуоси орбиты, — это солнечное давление. Воздействие этого фактора на штатную орбиту ГЛОНАСС также имеет периодический характер с периодом 12 ч [17], однако амплитуда от периода к периоду возрастает примерно на $\Delta a \approx 15$ м. Нетрудно подсчитать, что в соответствии с (18) постоянный относительный прирост частоты задающего генератора за один оборот спутника по орбите составит примерно $\pm 1,6 \cdot 10^{-16}$, что лежит за пределами установленного нами предела точности учета возмущающих факторов. Вместе с тем на нескольких оборотах этот эффект может быть существенно выше установленных пределов. Однако это учитывается путем текущего уточнения размера большой полуоси a_0 по траекторным измерениям.

С учетом сделанных замечаний формулы (8) и (9) для релятивистского смещения частоты бортовых задающих генераторов спутниковых часов относительно наземных принимают окончательный вид:

$$\frac{\Delta f_{pj}^{3\Gamma}}{f_0^{3\Gamma}} = \frac{(\Delta f_c^{3\Gamma} - \Delta f_0^{3\Gamma})_{pj}}{f_0^{3\Gamma}} = \frac{\Delta f_{pj}^-}{f_0^{3\Gamma}} + \frac{\Delta f_p^{эл}}{f_0^{3\Gamma}}, \quad (19)$$

где j — номер спутника в навигационной системе;

$$\begin{aligned} \frac{\Delta f_{pj}^-}{f_0^{3\Gamma}} = & \frac{1}{c^2} \left(\varphi_G - \frac{3\mu_e}{2a_0} \right) - \frac{g_0 H_0}{c^2} \pm \frac{3\mu_e}{2c^2 a_0^2} \Delta a_j - \\ & - \frac{7\mu_e R_e^2 J_2}{2c^2 a_0^3} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \end{aligned} \quad (20)$$

— постоянная составляющая частотного смещения;

$$\begin{aligned} \frac{\Delta f_p^{эл}}{f_0^{3\Gamma}} = & \frac{(f_c^{3\Gamma} - f_0^{3\Gamma})_p^{эл}}{f_0^{3\Gamma}} = \\ = & - \frac{2\mu_e}{c^2 a_0} \left[e \cos \Omega_c (\tau - \tau_\Pi) + e^2 \cos 2\Omega_c (\tau - \tau_\Pi) \right] \end{aligned} \quad (21)$$

— «эллиптическое» смещение частоты с составляющими, имеющими периоды 12 и 6 ч соответственно.

Соответствующее релятивистское смещение бортовой шкалы времени, как интеграл в базовом времени от частотного смещения (19), включает линейную, а также две периодические «эллиптические» составляющие с периодами 12 и 6 ч:

$$\Delta \tau_{pj} = \frac{\Delta f_{pj}^-}{f_0^{3\Gamma}} (\tau - \tau_\Pi) + \Delta \tau_p^{эл}, \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \Delta \tau_p^{эл} = & - \frac{2e\sqrt{\mu_e a_0}}{c^2} [\sin \Omega_c (\tau - \tau_\Pi) - \sin \Omega_c (\tau_H - \tau_\Pi)] - \\ & - \frac{2e^2\sqrt{\mu_e a_0}}{c^2} [\sin 2\Omega_c (\tau - \tau_\Pi) - \sin 2\Omega_c (\tau_H - \tau_\Pi)]. \end{aligned} \quad (23)$$

Как известно, неконтролируемое релятивистское смещение бортовой шкалы времени НКА вызывает погрешность безапросного измерения дальности в навигационном приемнике $\Delta R_p = \Delta \tau_p \cdot c$.

Оценим погрешности (20)–(23) для штатных орбит ГЛОНАСС. Относительная величина постоянной составляющей частотного смещения, определяемой первым слагаемым (20), равна $+4,36045 \times 10^{-10}$. Как известно, на суточном интервале она вызывает нежелательное линейное смещение шкалы времени на величину $+37,6$ мкс в сутки ($\Delta R_p \approx 11,2$ км). Величина второго слагаемого для Центрального синхронизатора ГЛОНАСС, размещенного в точке с ортометрической высотой над поверхностью геоида $H_0 \approx 170$ м и ускорением силы тяжести $g_0 \approx 9,81$ м/с², составляет около $-1,86 \times 10^{-14}$. Это вызывает соответствующее смещение шкал времени «борт–Земля» за сутки примерно

на $-1,6$ нс ($\Delta R_p \approx -48$ см). Оценка величины релятивистского смещения частоты, определяемого третьим слагаемым (20), например при $\Delta a \approx \pm 500$ м, составляет $0,5 \cdot 10^{-14}$, что вызывает суточное релятивистское смещение шкалы времени около $\pm 0,5$ нс ($\Delta R_p \approx \pm 15$ см). Величина четвертого слагаемого в (20), как установлено выше, составляет около $+0,95 \cdot 10^{-14}$, что в течение суток вызывает смещение шкалы времени на $+0,82$ нс ($\Delta R_p \approx +24,6$ см).

Амплитуда первой гармоники «эллиптической» составляющей смещения шкалы времени (23), например для орбиты спутника ГЛОНАСС NS 02 [15] с эксцентриситетом $e \approx 0,00211$, достигает $\pm 4,5$ нс ($\Delta R_p \approx \pm 135$ см). Амплитуда второй гармоники для этого НКА не превышает 10 пс, поэтому вторую гармонику в (23) для штатной орбиты ГЛОНАСС пока учитывать не следует.

Для перспективной геосинхронной орбиты ГЛОНАСС с параметрами $a_0 = 42,16 \cdot 10^6$ м; $i = 64,8^\circ$; $e = 0,072$; $T = 23,93$ ч расчет релятивистских эффектов частоты и времени проведем по тем же формулам (19)–(23). В результате находим, что относительная величина постоянной составляющей частотного смещения, определяемой первым слагаемым (20), равна $+5,39140 \cdot 10^{-10}$. Это означает, что на суточном интервале бортовая шкала опережает базовую наземную шкалу на $+46,6$ мкс, что в отсутствие компенсации приведет к ошибке измерения дальности около 13,9 км. Третий и четвертый члены (20) обуславливают смещение бортовой шкалы, соответственно, на 0,16 нс и 0,18 нс ($\Delta R_p \approx \pm 5$ см; $+5,4$ см). Амплитуда первой гармоники «эллиптического» смещения (23) составляет примерно 207 нс ($\Delta R_p \approx \pm 62,1$ м), амплитуда второй гармоники с периодом 12 ч — 14,9 нс ($\Delta R_p \approx \pm 4,5$ м).

В настоящее время компенсация вредных частотных релятивистских эффектов в ГНСС выполняется частотными и цифровыми методами. Основным методом для всех систем является введение постоянной частотной корректирующей поправки $\Delta f_{\text{кор}}^-$ в значение частоты задающего генератора бортовых квантовых часов перед запуском их на орбиту. Она равна и обратна по знаку первому слагаемому в формуле (20), имеющему наибольшую величину. Для штатных орбит ГЛОНАСС относитель-

ное значение этой поправки составляет $\Delta f_{\text{кор}}^{-\text{ГЛ}} = -4,36 \cdot 10^{-10}$ [16]. По результатам проведенных расчетов условимся, что для геосинхронной около-круговой орбиты эта поправка составит $\Delta f_{\text{кор}}^{-\text{ГЕО}} = -5,39 \cdot 10^{-10}$.

В результате для обеих рассмотренных орбит ГЛОНАСС формула (20) после введения частотных корректирующих поправок принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{(\Delta f_{pj}^-)_{\text{кор}}^\beta}{f_0^{3\Gamma}} &= \frac{\delta f_{\text{кор}}^\beta}{f_0^{3\Gamma}} - \frac{g_0 H_0}{c^2} \pm \frac{3\mu_e}{2c^2 a_{0\beta}^2} \Delta a_j - \\ &- \frac{7}{2} \frac{\mu_e R_e^2 J_2}{c^2 a_{0\beta}^3} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right), \end{aligned} \quad (24)$$

где индекс β принимает два значения — индекс « $\beta = \text{ГЛ}$ », который относится к штатной орбите ГЛОНАСС, а индекс « $\beta = \text{ГЕО}$ » — к геосинхронной орбите; $\delta f_{\text{кор}}^\beta$ — погрешность частотной коррекции, причем

$$\begin{aligned} \frac{\delta f_{\text{кор}}^{\text{ГЛ}}}{f_0^{3\Gamma}} &= \frac{1}{c^2} \left(\varphi_G - \frac{3\mu_e}{2a_{\text{ОГЛ}}} \right) - 4,36 \cdot 10^{-10} = \\ &= +4,5 \cdot 10^{-14}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta f_{\text{кор}}^{\text{ГЕО}}}{f_0^{3\Gamma}} &= \frac{1}{c^2} \left(\varphi_G - \frac{3\mu_e}{2a_{\text{ОГЕО}}} \right) - 5,39 \cdot 10^{-10} = \\ &= +14 \cdot 10^{-14}. \end{aligned} \quad (26)$$

На основе соотношений (24)–(26) релятивистские смещения бортовых шкал времени НКА (22) и (23) принимают окончательный вид:

$$\Delta \tau_{Pj\beta}^{\text{кор}} = \frac{(\Delta f_{pj}^-)_{\text{кор}}^\beta}{f_0^{3\Gamma}} (\tau - \tau_H) + \Delta \tau_P^{\text{эл}\beta}, \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \Delta \tau_P^{\text{эл}\beta} &= -\frac{2e_\beta \sqrt{\mu_e a_{0\beta}}}{c^2} \times \\ &\times \left[\sin \Omega_{c\beta} (\tau - \tau_\Pi) - \sin \Omega_{c\beta} (\tau_H - \tau_\Pi) \right] - \\ &- \frac{2e_{\text{ГЕО}}^2 \sqrt{\mu_e a_0^{\beta=\text{ГЕО}}}}{c^2} \times \\ &\times \left[\sin 2\Omega_0^{\beta=\text{ГЕО}} (\tau - \tau_\Pi) - \sin 2\Omega_0^{\beta=\text{ГЕО}} (\tau_H - \tau_\Pi) \right], \end{aligned} \quad (28)$$

где «эллиптическая» составляющая удвоенной частоты с индексом « $\beta = \text{ГЕО}$ » относится только

к геосинхронной орбите, поскольку для ГЛОНАСС ее амплитуда, как установлено выше, несущественна.

Один из путей компенсации линейно нарастающей составляющей в (27) и «эллиптической» части релятивистского ухода (28) состоит в цифровой коррекции бортовой шкалы времени спутников.

Заключение

На основе методов общей теории относительности получены уточненные формулы для расчета релятивистских эффектов изменения частоты задающих генераторов и смещения шкалы времени спутниковых часов, находящихся на околокруговых орбитах ГЛОНАСС. При этом рассмотрены как штатные орбиты, так и перспективные геосинхронные орбиты ВКК. Аналитически учтены частотные эффекты с относительной величиной около $3 \cdot 10^{-16}$ и более, а также релятивистские смещения бортовых шкал, превышающие 25 пс.

В процессе исследования рассмотрены воздействия гравитационных микропотенциалов, вызванных неоднородностью ГПЗ, лунно-солнечными приливами, а также влиянием неравномерности вращения Земли и солнечного давления. Установлено, что наибольшее влияние оказывает неоднородность, вызванная второй зональной гармоникой гравитационного потенциала. Воздействия других микропотенциалов на принятом уровне точности несущественны.

Предложены уточненные формулы для расчета и коррекции релятивистских эффектов смещения частоты и времени в бортовых квантовых часах. Они позволяют учитывать погрешность коррекции частоты задающего генератора часов, различие размеров полуосей орбит НКА, ортометрическую высоту центрального синхронизатора над геоидом, параметры второй зональной гармоники геопотенциала, а также составляющие ухода бортовой шкалы, пропорциональные первой и второй степени эксцентриситета орбиты. Формулы универсальны и могут использоваться для повышения точности расчета релятивистских эффектов как для штатных околокруговых орбит ГЛОНАСС, так и для перспективных геосинхронных орбит ВКК.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-29-11023.

Список литературы

1. *Фатеев В. Ф.* Релятивистские эффекты в спутниковых квантовых часах на эллиптических орбитах глобальных навигационных спутниковых систем // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы, 2023, т. 10, вып. 2. С. 46–55.
2. *Руденко В. Н.* Релятивистские эксперименты в гравитационном поле // УФН, 1960, т. 72, вып. 4. С. 673–676.
3. *Турьшев В. Г.* Экспериментальные проверки общей теории относительности: недавние успехи и будущие направления исследований // УФН, 2009, т. 179, № 1. С. 3–34.
4. *Окунь Л. Б., Селиванов К. Г., Телегди В.* Гравитация, фотоны, часы // УФН, 1999, т. 169:10. С. 1141–1147.
5. *Ashby N.* Relativity in the Global Positioning System // Living Reviews in Relativity, 2003, vol. 6. P. 1–42.
6. *Kouba J.* Improved relativistic transformations in GPS // GPS Solutions, 2004, vol. 8. P. 170–180.
7. *Урличич Ю. М., Коблов С. В., Карутин С. Н. и др.* Стратегия развития системы ГЛОНАСС до 2030 года // Доклад на Восьмой Всероссийской конференции «Фундаментальное и прикладное координатно-временное и навигационное обеспечение» (КВНО-19), 15–19 апреля 2019 г., ИПА РАН, Санкт-Петербург.
8. *Колачевский Н. Н., Хабарова К. Ю., Заливако И. В. и др.* Перспективные квантово-оптические технологии для задач спутниковой навигации // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы, 2018, т. 5, № 1. С. 13–27.
9. *Фатеев В. Ф.* Релятивистская метрология околоземного пространства–времени. Монография. Менделеево: ФГУП «ВНИИФТРИ», 2017. 439 с.
10. *Фатеев В. Ф., Смирнов Ф. Р., Рыбаков Е. А.* Измерение эффекта удвоения гравитационного смещения частоты с помощью квантового нивелира на водородных часах // Письма в ЖТФ, 2022, т. 48, вып. 7, 12 апреля. С. 36–38.

11. Основы теории полета космических аппаратов / Под ред. Г. С. Нариманова и М. К. Тихонравова. М.: Машиностроение, 1972. 608 с.
12. *Абалакин В. К., Аксенов Е. П. и др.* Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. М.: Наука, 1971. 584 с.
13. *Мельхиор П.* Земные приливы / Пер. с англ. под ред. Н. Н. Парийского. М.: Мир, 1968. 482 с.
14. *Фатеев В. Ф., Копейкин С. М., Пасынок С. Л.* Влияние неравномерности вращения Земли на релятивистские смещения частоты и времени наземных атомных часов // Измерительная техника, 2015, № 6. С. 41–45.
15. Информационно-аналитический центр координатно-временного и навигационного обеспечения ЦНИИмаш, РФ, дата обращения 10.02.2023.
16. Интерфейсный контрольный документ ГЛОНАСС, редакция 5.1, 2008.
17. *Микрин Е. А., Михайлов М. В., Рожков С. Н., Почукаев В. Н. и др.* Высокоточный прогноз орбит космических аппаратов, анализ влияния различных возмущающих факторов на движение низкоорбитальных и высокоорбитальных КА // Сборник материалов XXI Санкт-Петербургской Международной конференции по интегрированным навигационным системам. Концерн «ЦНИИ “Электроприбор”», 26–28 мая 2014 г. С. 77–88.

Дата поступления рукописи
в редакцию 04.08.2023
Дата принятия рукописи
в печать 02.11.2023