

## Разработка математической модели микромеханического датчика инерциальной информации

**О. В. Грибова**, *UsanovaOV@mpei.ru*

*ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ»», Москва*

**И. В. Меркурьев**, *д. т. н., доцент, MerkuryevIV@mpei.ru*

*ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ»», Москва*

**М. Р. Сайпулаев**, *аспирант, SaipulayevMR@mpei.ru*

*ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ»», Москва*

**В. П. Чирков**, *д. т. н., проф., ChirkovVP@mpei.ru*

*ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ»», Москва*

**Аннотация.** Создание интегрированной системы ориентации и навигации малого космического аппарата на базе прецизионных датчиков инерциальной и внешней информации является актуальной задачей для космической отрасли. Объект исследования — микромеханический гироскоп (ММГ) с кардановым подвесом чувствительного элемента. Поставлена задача повышения точности микромеханического гироскопа путем построения новой достаточно точной математической модели датчика, учитывающей влияние технологических погрешностей изготовления и нелинейных нестационарных эффектов, связанных с конечными колебаниями чувствительного элемента и медленным изменением параметров системы. Для построения цифровой модели микромеханического датчика инерциальной информации применены системы параметрического проектирования, позволяющие обеспечить полный цикл создания конструкторской документации и расчетов. Проведенные параметрические расчеты конструктивной схемы использованы для анализа напряженно-деформированного состояния механических элементов при различных внешних воздействиях, в том числе при экстремальных перегрузках. Полученная математическая модель была дополнена аналитическими методами нелинейной механики, позволяющими учесть влияние конечных колебаний элементов конструкции на динамику и точность измерений углового движения основания гироскопа. Обсуждаются результаты стендовых экспериментальных испытаний датчиков, проведенные для проверки адекватности разработанной цифровой математической модели.

**Ключевые слова:** математическая модель, проектирование, гироскоп, навигация, точность, инструментальная погрешность, эксперимент, нелинейный эффект

## Developing a Mathematical Model of a Micromechanical Sensor for Inertial Information

**O. V. Gribova**, *UsanovaOV@mpei.ru*

*National Research University “Moscow Power Engineering Institute”, Moscow, Russian Federation*

**I. V. Merkuriev**, *Dr. Sci. (Engineering), Assoc. Prof., MerkuryevIV@mpei.ru*

*National Research University “Moscow Power Engineering Institute”, Moscow, Russian Federation*

**M. R. Saipulayev**, *postgraduate student, SaipulayevMR@mpei.ru*

*National Research University “Moscow Power Engineering Institute”, Moscow, Russian Federation*

**V. P. Chirkov**, *Dr. Sci. (Engineering), Prof., ChirkovVP@mpei.ru*

*National Research University “Moscow Power Engineering Institute”, Moscow, Russian Federation*

**Abstract.** Creating an integrated system of orientation and navigation of small spacecraft based on precision sensors of inertial and external information is an urgent task for the space industry. The object of research is a micromechanical gyroscope (MMG) with a gimbal suspension of a sensitive element. The problem of increasing the accuracy of the MMG by building a new mathematical model of the sensor accurate enough to take into account the influence of technological errors of manufacturing and nonlinear nonstationary effects associated with finite oscillations of a sensitive element and slow change in system parameters. To build a digital model of the micromechanical inertial information sensor, parametric design systems have been applied enabling a full cycle of design documentation creation and calculations. The parametric calculations of the structural scheme were used to analyze the stress-strain state of mechanical elements under various external influences including extreme overloads. The obtained mathematical model was supplemented by analytical methods of nonlinear mechanics, which allow taking into account the influence of finite vibrations of structural elements on the dynamics and accuracy of measurements of angular motion of the gyroscope base. The results of bench experimental tests of sensors carried out to check the adequacy of the developed numerical mathematical model are discussed.

**Keywords:** mathematical model, design, gyroscope, navigation, accuracy, instrumental error, experiment, nonlinear effect

## Введение

Одним из перспективных направлений развития космонавтики является создание малых, микро- и наноспутников, применяемых для мониторинга Земли и космического пространства, обеспечения навигации, связи и управления движением. В прогнозе научно-технологического развития РФ на 2030 г. и на дальнейшую перспективу перспективным направлением признано создание универсальных интегрированных навигационных систем на основе микромеханических чувствительных элементов и аппаратуры спутниковой навигации, применяемых для высокоточной навигации. Приоритетной является разработка ключевых технологий создания малых и сверхмалых космических аппаратов на базе перспективных телекоммуникационных технологий и наноэлектронной компонентной базы.

Актуальность разработки новых датчиков инерциальной информации связана с возрастающими требованиями по точности, надежности и ресурсу работы датчиков в составе интегрированной системы ориентации и навигации космического применения. Создание миниатюрных высокоточных систем ориентации и навигации также востребовано для авиационной, наземной, морской и подводной робототехники, автономных транспортных средств и вооружений [1].

Бесплатформенная инерциальная навигационная система принципиально нового типа может быть основана на свойстве пространственного изотропного осциллятора (обобщенного маятника Фуко) сохранять картину колебаний относительно инерциального пространства [2]. В качестве чувствительного элемента может быть использована проводящая сфера в электростатическом неконтактном подвесе, или изотропный пространственный осциллятор в виде материальной точки в упругом подвесе [3]. Свободное движение пространственного изотропного осциллятора представляет собой эллиптическую траекторию, не меняющую свою ориентацию по отношению к инерциальным осям.

С использованием процедуры осреднения и разделения движения осциллятора в работе [4] построены алгоритмы определения ориентации подвижной системы координат объекта относительно инерциальной системы, а также оценен вектор

абсолютного ускорения основания. Построенный датчик инерциальной информации совмещает в себе одновременно функции трехкомпонентного датчика кажущегося ускорения и трехосевого интегрирующего гироскопа.

В работе [5] предложено выделить класс гироскопов обобщенного маятника Фуко, основанный на соответствующем физическом эффекте, в рамках которого получены общие принципы управления движением, калибровки параметров математической модели и выделения инерциальной информации гарантированной точности.

Одной из принципиальных погрешностей гироскопов класса обобщенного маятника Фуко, к которому относятся волновой твердотельные и микромеханические вибрационные гироскопы [5], являются нелинейные эффекты, имеющую различную физическую и геометрическую природу. В случае конечных (нелинейных) колебаний необходимо учитывать специфику схемотехнического решения гироскопа и строить достаточно полные математические модели, адекватно описывающие динамику и точность датчика.

В работах, посвященных моделированию динамики ММГ с кардановым подвесом при наличии углового движения по обеим обобщенным координатам, важным является учет неортогональности осей торсионов (см., например, монографию [6]); разночастотности и нелинейности геометрии движения (как это сделано в статье [7]). Однако в публикациях, попавших в поле зрения авторов, не были учтены такие явления, как нелинейная упругость торсионов и смещение центра масс чувствительного элемента для рассматриваемой конструкции ММГ.

Проведенный краткий обзор современного состояния разработок и перспектив развития гироскопии позволяет утверждать, что имеются перспективы повышения точности, стабильности, надежности и долговечности ММГ, связанные с совершенствованием технологии производства, с поиском новых конструктивных схем и физических принципов функционирования [8, 9].

В связи с вышеприведенным обзором целью данной работы является разработка математической модели ММГ, точно описывающей экспериментальные характеристики прибора, и ее верификация.

Для достижения поставленной цели ставится задача построения модели колебаний чувствительного элемента с учетом погрешностей изготовления прибора, таких как анизотропия трения и упругости; смещение центра масс чувствительного элемента и неортогональность осей торсионов; нелинейных эффектов, в частности нелинейной упругости торсионов и нелинейности геометрии движения.

## Постановка задачи

Объектом исследования является микромеханический гироскоп (ММГ) с кардановым подвесом чувствительного элемента, разработанный для космического применения [9]. Чувствительный элемент ММГ выполнен на основе пластины монокристаллического кремния с ориентацией (100).

В целях повышения точности и диапазона измерения ММГ поставлена задача построения новой, достаточно полной нелинейной математической модели, учитывающей влияние конечных (нелинейных) колебаний электромеханической колебательной системы при наличии инструментальных погрешностей изготовления конструкции чувствительного элемента.

## Разработка математической модели гироскопа

Цифровой образ ММГ создан с помощью универсальных программных систем автоматизированного проектирования (рис. 1). Конструкция чувствительного элемента гироскопа представляет собой карданов подвес с двумя парами торсионов, позволяющих наружной и внутренней рамкам подвеса совершать малые угловые колебания. По изменению двух обобщенных координат малых колебаний рамок оценивается угловое движение основания гироскопа вокруг оси чувствительности, ортогональной плоскости рамок и основания гироскопа.

Одним из основных требований к геометрии карданова подвеса является максимальная чувствительность к угловой скорости вращения основания при ограничениях, связанных с максимальной стойкостью подвеса к разрушению при внешних ударных воздействиях и случайной вибрации

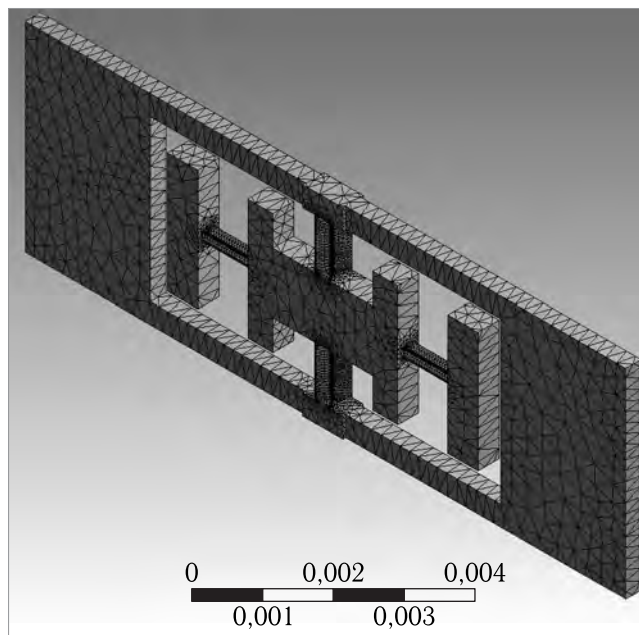


Рис. 1. Расчетная модель ММГ

основания. Оптимизация геометрических параметров конструкции ММГ проводится по критерию максимизации масштабного коэффициента гироскопа и добротности колебательного контура, при условии резонансного совмещения собственных частот малых колебаний системы по двум обобщенным координатам — углам поворота рамок карданова подвеса. Механическая энергия колебаний чувствительного элемента рассеивается в торсионах подвеса за счет внутреннего трения с наибольшими потерями в местах концентрации механического напряжения.

Проведенные параметрические расчеты конструктивной схемы использованы для анализа напряженно-деформированного состояния подвижных механических элементов при различных внешних воздействиях, в том числе при экстремальных перегрузках. При оптимизации геометрических параметров чувствительного элемента конечно-элементная расчетная сетка сгущается вблизи перехода от торсионов к рамкам конструкции. При сопряжении торсионов с рамками и основанием вводятся дополнительные радиусы скругления для уменьшения концентрации механических напряжений. Геометрия торсионов подвеса должна обеспечивать не только резонансное соотношение

собственных частот системы, но и максимально высокую и близкую по каждой обобщенной координате добротность колебательного контура. Таким образом, высокая добротность колебательного контура гироскопа обеспечивается не только вакуумированием рабочей полости прибора, но и низким уровнем внутренних потерь при колебаниях.

При составлении математической модели гироскопа вязкоупругие свойства монокристаллического кремния учитываются с использованием обобщенного закона Гука и модели Кельвина–Фойхта [10]. Формирование механической структуры из монокристаллической пластины кремния осуществляется с использованием технологий микроэлектромеханических систем, которые достаточно подробно описаны в работах [7–9, 11–14].

Основные трудности получения высокой точности и стабильности характеристик ММГ связаны с технологическими проблемами изготовления чувствительных элементов гироскопов. При производстве ММГ используется ряд технологических операций с монокристаллической пластиной кремния, включающих в себя процессы фотолитографии, последовательное применение плазмохимического, анизотропного и изотропного травления. В результате технологических операций формируются вертикальные стенки карданова подвеса и заданные сечения торсионов, которые создаются с учетом ориентации кристаллографических плоскостей относительно основания пластины.

Для повышения добротности колебательного механического контура гироскопа применяется изотропное травление, которое позволяет скруглить внешние и внутренние углы конструкции и отполировать поверхность механической структуры подвеса, включая торсионы. Таким образом, уменьшаются концентрации механического напряжения в элементах конструкции датчика.

В построенной математической модели гироскопа учитываются инструментальные погрешности изготовления элементов конструкции в виде малой неравножесткости упругого подвеса и неодинаковой добротности колебательного контура по двум обобщенным координатам. Также в модели учитываются нелинейные выражения для электростатических сил системы возбуждения колебаний. Нелинейность электростатических сил проявля-

ется в режиме мягкого резонансного возбуждения колебаний в экспериментальных амплитудно-фазочастотных характеристиках в случае конечных (по отношению к номинальному зазору между обкладками электродов управления) колебаний системы.

## Методика стендовых испытаний ММГ

Полученная новая математическая модель ММГ использована для построения расчетных амплитудно-фазочастотных характеристик — отклика нелинейной динамической системы на мягкое резонансное возбуждение колебаний рамок карданового подвеса с помощью электростатической системы управления.

Невязка между расчетной и экспериментальной измеренной амплитудно-фазочастотной характеристиками позволяет оценить по методу наименьших квадратов параметры математической модели ММГ, которые полагаются медленно изменяющимися либо постоянными в одном запуске прибора. Оценка вектора параметров математической модели характеризует уровень инструментальных погрешностей изготовления чувствительного элемента, параметры неравной жесткости системы торсионов подвеса, коэффициенты гироскопических и диссипативных сил. Адекватность математической модели ММГ оценивается по невязкам между расчетными и экспериментальными амплитудно-частотными характеристиками.

Зависимости нормированных переменных состояния от тактов времени, полученные по результатам моделирования и построенные по экспериментальным данным, для режима свободных колебаний ММГ представлены на рис. 2. А на рис. 3 приведены амплитудно-частотные характеристики ММГ для режима вынужденных колебаний, т. е. зависимости нормированных амплитуд углов закручивания торсионов от малой частотной расстройки между частотой возбуждения колебаний и характерной частотой резонанса.

Из графиков зависимостей переменных состояния, полученных для режима свободных колебаний, видно, что результаты моделирования

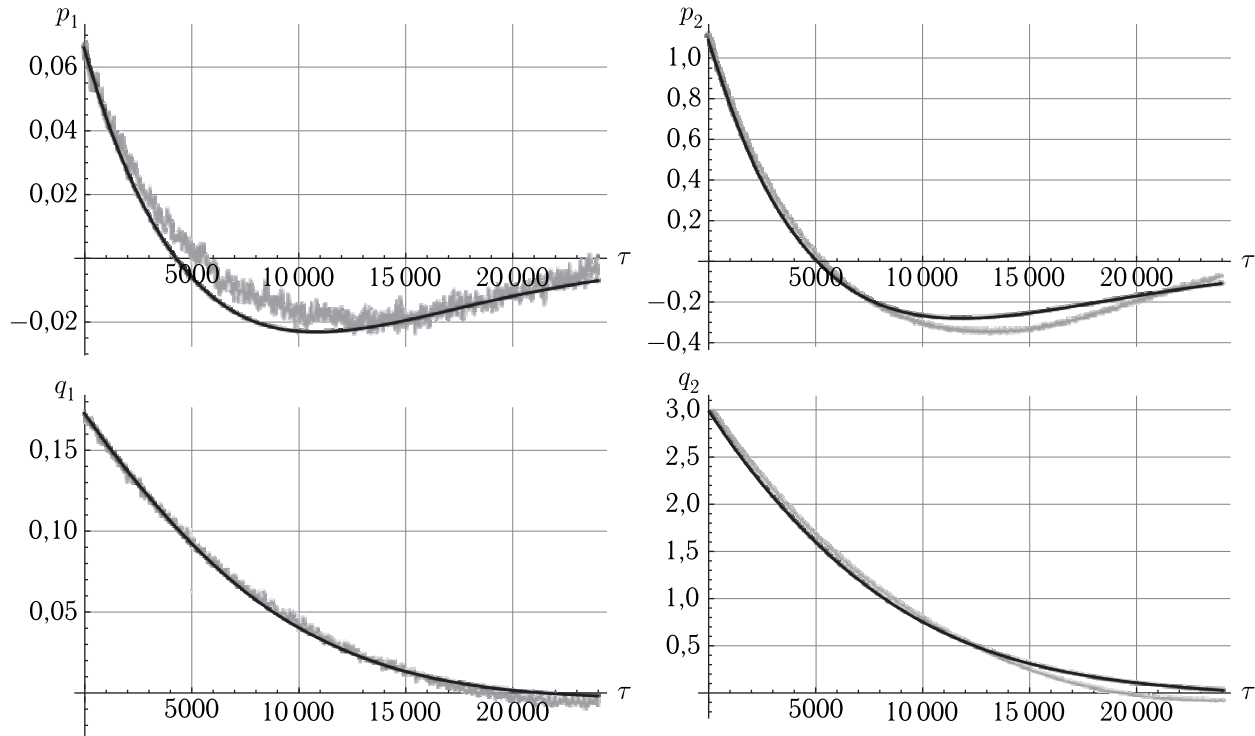


Рис. 2. Медленноменяющиеся огибающие нормированных углов закручивания торсионов: экспериментальные данные — серая линия; результаты моделирования — черная линия

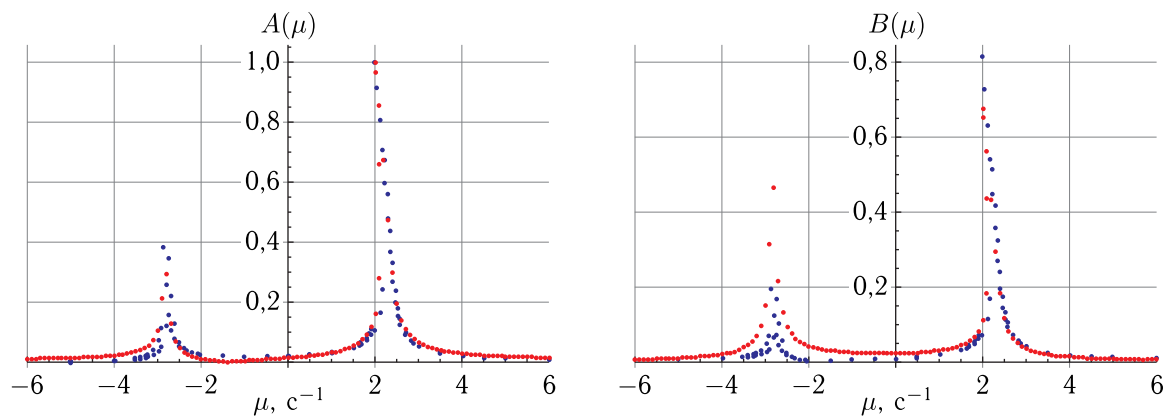


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики ММГ при неподвижном основании: экспериментальные данные — синие точки; результаты моделирования — красные точки

согласуются с экспериментальными данными. К моменту времени, когда огибающие нормированных углов закручивания торсионов становятся малыми величинами, видны шумовые составляющие в экспериментальных данных (рис. 2).

В амплитудно-частотных характеристиках наблюдается наклон резонансных пиков, характерный для нелинейной динамики ММГ. Особенно хорошо

этот наклон виден на резонансном пике, соответствующем большему значению частотной расстройки (на рис. 2 находится справа от оси ординат). Сравнение экспериментальных данных и результатов моделирования, приведенных для режимов свободных и вынужденных колебаний (рис. 2 и 3 соответственно), подтверждает адекватность построенной цифровой математической модели.



## Заключение

В разработанной математической модели чувствительного элемента ММГ учитывается массив геометрических параметров конструкции, рациональный выбор которых позволяет получить гироскоп с максимальным масштабным коэффициентом и максимальной добротностью колебательного контура. Использование линейной математической модели ММГ не позволяет объяснить экспериментально наблюдаемые явления срыва колебаний и зависимость резонансной частоты от амплитуды колебаний.

Эффективным методом повышения точности ММГ является предлагаемая методика оценки параметров математической модели, силовой и алгоритмической компенсаций систематических погрешностей в измерениях [15, 16].

## Список литературы

1. Пешехонов В.Г. Перспективы развития гироскопии // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28, № 2 (109). С. 3–10.
2. Журавлев В.Ф. Бесплатформенная инерциальная навигационная система маятникового типа (БИНС МТ) // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2014. № 1. С. 6–17.
3. Журавлев В.Ф., Ландау Б.Е., Плотников П.К. Вопросы теории и математического моделирования процессов функционирования одногироскопного измерителя трех углов поворотов подвижного объекта // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27, № 2 (105). С. 150–161.
4. Журавлев В.Ф. Об устойчивости управления бесплатформенной инерциальной системой маятникового типа // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2018. № 5. С. 15–18.
5. Журавлев В.Ф. О глобальных эволюциях состояния обобщенного маятника Фуко // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1998. № 6. С. 5.
6. Неаполитанский А.С., Хромов Б.В. Микромеханические вибрационные гироскопы. М.: «Когито-центр». 2002. 122 с.
7. Меркурьев И.В., Подалков В.В. Нелинейные эффекты в динамике микромеханического гироскопа // Вестник МЭИ. 2004. № 2. С. 5–10.
8. Тимошенков С.П., Михеев А.В., Тимошенков Ан.С., Полушкин В.М. Перспективы разработки и производства микроакселерометров, микрогироскопов и инерциальных навигационных систем на основе МЭМС // Наноиндустрия. 2020. Т. 13, № S4 (99). С. 468–469.
9. Чугунов Е.Ю., Тимошенков С.П., Погалов А.И., Вертянов Д.В. Конструирование и расчеты трехмерных микроэлектронных модулей с высокой степенью интеграции компонентов // Электронная техника. Серия 3: Микроэлектроника. 2020. № 2 (178). С. 42–48.
10. Соловьев А.В. Результаты разработки микромеханического вибрационного гироскопа с разнесенными частотами возбуждения и съема информации // Прикладная физика и математика. 2013. № 3. С. 3–19.
11. Меркурьев И.В., Подалков В.В. Динамика микромеханического и волнового твердотельного гироскопов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 228 с.
12. Распопов В.Я. Микромеханические приборы. М.: Машиностроение, 2007. 400 с.
13. Лунин Б.С., Юрин А.В., Басараб М.А., Матвеев В.А., Чуманкин Е.А. Термоупругие потери в конструкционных материалах резонаторов волновых твердотельных гироскопов // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия Приборостроение. 2015. № 2 (101). С. 28–39.
14. Wang Y., Lin Y.-W., Glaze J., Shkel A.M. Quantification of energy dissipation mechanisms in toroidal ring gyroscope // Journal of Microelectromechanical Systems. 2021. 30(2). P. 193–202. № 9316673.
15. Vatanparvar D., Shkel A.M. Effect of Electrostatic Nonlinearity on Force-To-Rebalance Mode of Operation in CVG // 2020 DGON Inertial Sensors and Systems, ISS 2020. Proceedings, 2020. № 9244877.
16. Маслов А.А., Маслов Д.А., Меркурьев И.В., Подалков В.В. Компенсация уходов волнового твердотельного гироскопа, вызванных анизотропией упругих свойств монокристаллического резонатора // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28, № 2 (109). С. 25–36.
17. Маслов Д.А., Меркурьев И.В. Компенсация погрешностей и учет нелинейности колебаний вибрационного кольцевого микрогироскопа в режиме датчика угловой скорости // Нелинейная динамика. 2017. Т. 13, № 2. С. 227–241.