

УДК 629.78 DOI 10.30894/issn2409-0239.2021.8.3.72.80

## Метод раскрытия фазовых неоднозначностей, использующий обработку псевдодальностей по коду и фазе несущей в фильтре калмановского типа

**В. Е. Вовасов**, к. т. н., *contact@spacecorp.ru*

*АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация*

**Р. Б. Мазепа**, к. т. н., профессор, *vms402@mai.ru*

*ФГБОУ «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»,  
Москва, Российская Федерация*

**Д. А. Сухарев**, *vms402@mai.ru*

*ФГБОУ «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»,  
Москва, Российская Федерация*

**А. В. Воропаева**, *contact@spacecorp.ru*

*АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация*

**Аннотация.** Основная проблема применения высокоточных псевдодальностей по фазе несущей заключается в их неоднозначности, связанной с неоднозначностью фазовых измерений навигационного приемника. Таким образом, разработка методов раскрытия фазовых неоднозначностей становится весьма важным элементом высокоточного позиционирования. В работе рассмотрены относительные методы оценки координат неподвижного объекта, которые подразумевают использование измерений как пользовательского, так и базового (сетевого в случае наличия сети из базовых приемников) приемника с точно известными координатами при удалении их друг от друга на несколько тысяч километров. Предлагается алгоритм раскрытия фазовых неоднозначностей (типа integer), базирующийся на использовании фильтра калмановского типа (ФКТ), на который в качестве измерений поступают ионосферосвободные комбинации псевдодальностей по коду и фазе несущей. Показано, что традиционные способы раскрытия неоднозначностей требуют значительного времени наблюдения (порядка 2000 с). Предлагается метод оценки линейной комбинации фазовых неоднозначностей в диапазоне L1 и L2, получаемой из мгновенных фазовых измерений. Его применение, наряду с оценкой параметров ФКТ, позволяет производить раскрытие фазовых неоднозначностей уже с 50 с наблюдения. Приводятся результаты эксперимента, где до раскрытия фазовых неоднозначностей используются измерения псевдодальностей по коду, а после раскрытия неоднозначностей измерения псевдодальностей — по фазе несущей.

**Ключевые слова:** фильтр калмановского типа, ионосферосвободные комбинации псевдодальностей по коду и фазе несущей, базовый приемник, раскрытие фазовых неоднозначностей

## Phase Ambiguity Resolution Method Using Processing of Code and Carrier Phase Pseudoranges in a Kalman-Type Filter

**V. E. Vovasov**, *Cand. Sci. (Engineering), contact@spacecorp.ru*  
*Joint Stock Company "Russian Space Systems", Moscow, Russian Federation*

**R. B. Mazepa**, *Cand. Sci. (Engineering), Prof., vms402@mai.ru*  
*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation*

**D. A. Sukharev**, *vms402@mai.ru*  
*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation*

**A. V. Voropaeva**, *contact@spacecorp.ru*  
*Joint Stock Company "Russian Space Systems", Moscow, Russian Federation*

**Abstract.** The main problem of implementing high-precision pseudoranges by carrier phase lies in their ambiguity associated with the ambiguity of the phase measurements of the navigation receiver. Thus, the development of new methods for phase ambiguity resolution becomes a very important element of high-precision positioning. The paper considers relative methods for estimating the coordinates of a stationary object that involve the use of both user and base (network in the case of a network of base receivers) receivers with precisely known coordinates located at a distance of several thousand kilometers from each other. We propose an algorithm for phase ambiguity resolution (integer type) based on the use of a Kalman-type filter (KTF), which receives ionosphere-free combinations of code and carrier phase pseudoranges. It is shown that traditional methods of ambiguity resolution require a significant observation period (about 2,000 seconds). We propose a method for evaluating the linear combination of phase ambiguities in the L1 and L2 bands obtained from instantaneous phase measurements. Its application along with the estimation of KTF parameters makes it possible to resolve phase ambiguities from as early as 50 seconds of observation. Set forth are the results of an experiment, in which code pseudorange measurements are used prior to the resolution of phase ambiguities and carrier phase pseudorange measurements are used after ambiguity resolution.

**Keywords:** Kalman-type filter, ionosphere-free combinations of code and carrier phase pseudoranges, base receiver, phase ambiguity resolution

## Введение

Использование псевдодальностей по фазе несущей для оценки координат объекта весьма перспективно, так как их среднеквадратическое отклонение СКО на три порядка меньше СКО псевдодальностей по коду, обычно используемых для оценки координат. Основная проблема применения этих псевдодальностей заключается в их неоднозначности, связанной с неоднозначностью фазовых измерений навигационного приемника. Таким образом, разработка методов раскрытия фазовых неоднозначностей становится весьма важным элементом высокоточного позиционирования. В данной работе речь пойдет об относительных методах оценки координат неподвижного объекта (типа integer PPP), которые подразумевают использование измерений как пользовательского, так и базового (сетевого в случае наличия сети из базовых приемников) приемников с точно известными координатами, при удалении их друг от друга на несколько тысяч километров.

Основная проблема алгоритмов обработки измерений в задачах integer PPP заключается в преодолении недостатка ранга систем линейных уравнений, получаемых путем линеаризации нелинейных математических моделей измерений псевдодальностей и псевдофаз. В настоящее время недостаток ранга преодолевается путем объединения систематических смещений в математических моделях псевдодальностей и псевдофаз со смещениями показаний часов и целочисленностями псевдофазовых измерений. В результате этих объединений число неизвестных в линеаризованных уравнениях уменьшается до значения их ранга, что позволяет однозначно оценить высокоточные координаты НАП и значения новых переменных, появившихся в результате проведенных объединений. Однако в результате таких объединений теряется информация о целочисленностях псевдофазовых измерений, что делает невозможным применение алгоритмов разрешения. В [5] рассмотрены алгебраические основы решения пользовательской задачи с применением алгоритма разрешения при обработке измерений в ГНСС с кодовым разделением каналов, в котором добавляется ионосферосвободная комбинация Мельбурна–Вуббена. Данный подход не распространяется на обработку измерений в ГНСС с частотным разделением каналов.

Рассмотрим алгоритм оценки фазовых неоднозначностей (типа integer), базирующийся на использовании фильтра калмановского типа (ФКТ), на который в качестве измерений поступают ионосферосвободные комбинации из псевдодальностей по коду и фазе несущей. Здесь понятие «ранг матрицы» заменяется понятием «наблюдаемость процесса». Непосредственная оценка целочисленной неоднозначности ФКТ позволяет при некотором приближении к целому числу считать ее целой, т. е. учесть целочисленность. Такой алгоритм можно считать типа integer.

Приведем выражения для измеряемых в приемнике GPS псевдодальностей по коду стандартной точности L1 C/A, L2 C по  $j$ -му спутнику [4, 6]:

$$D_{j,C/A}^{L1}(t_M) = \Delta R_{\text{ORBIT}}^j + R^j(t_M) + c \cdot \Delta T_{\text{REC}} - c \cdot (\Delta T_{\text{SAT}}^j) + c \cdot \Delta \tau_{\text{TROP}}^j + c \cdot (\Delta \tau_{\text{IONO,L1}}^j) + A_{j,C}^{L1} - \xi_{L1,C/A}^j, \quad j = \overline{1, J}; \quad (1)$$

$$D_{j,C}^{L2}(t_M) = \Delta R_{\text{ORBIT}}^j + R^j(t_M) + c \cdot \Delta T_{\text{REC}} - c \cdot (\Delta T_{\text{SAT}}^j) + c \cdot \Delta \tau_{\text{TROP}}^j + c \cdot \gamma \cdot (\Delta \tau_{\text{IONO,L1}}^j) + A_{j,C}^{L1} + B_{j,C}^{L1,2} - \xi_{L2,C}^j, \quad j = \overline{1, J}. \quad (2)$$

$R^j(t_M)$  — дальность между фазовым центром антенны передатчика  $j$ -го спутника в момент передачи и фазовым центром антенны пользовательского приемника в момент приема;

$\Delta R_{\text{ORBIT}}^j$  — разность истинной дальности и величины дальности, полученной навигационным алгоритмом;

$\Delta T_{\text{REC}}$  — уход шкалы времени пользовательского приемника относительно системной;

$\Delta T_{\text{SAT}}^j$  — уход шкалы времени  $j$ -го спутника относительно системной;

$ISC_{L1C/A}^j$  — смещение шкалы времени сигнала L1 P(Y) относительно L1 C/A  $j$ -го спутника, передается в эфемеридах;

$ISC_{L2C}^j$  — смещение шкалы времени сигнала L1 P(Y) относительно L2 C  $j$ -го спутника, передается в эфемеридах;

$\tau_{j,L1C/A}^{\text{AN}}, \tau_{j,L2C}^{\text{AN}}$  — задержка сигнала L1 C/A и L2 C  $j$ -го спутника в антенно-фидерной части приемника;

$\tau_{j,L1C/A}^{HF}$ ,  $\tau_{j,L2C}^{HF}$  — задержка сигнала L1 C/A и L2 C  $j$ -го спутника в радиочастотной части приемника;

$\xi_{L1C/A}^j$ ,  $\xi_{L2C}^j$  — шумовая составляющая изменения ПД приемником сигнала L1 C/A и L2 C  $j$ -го спутника.

Для введения единообразной формы записи уравнений любого приемника введем следующие обозначения:

$$A_{j,C}^{L1} = c \cdot (\tau_{L1C/A}^{HF} + \tau_C^{AN}) + c \cdot (T_{GD}^j - ISC_{L1C/A}^j), \quad (3)$$

$$B_{j,C}^{L1,2} = A_{j,C}^{L2} - A_{j,C}^{L1} = c \cdot (\tau_{L2C}^{HF} - \tau_{L1C/A}^{HF}) - c \cdot (ISC_{L2C}^j - ISC_{L1C/A}^j). \quad (4)$$

$T_{GD}^j$  — передается в эфемеридах для  $j$ -го приемника.

Так как сигнал проходит один антенно-фидерный тракт, можно записать

$$\tau_{j,L1C}^{AN} \approx \tau_{j,L2C}^{AN} \approx \tau_C^{AN}.$$

Величины  $\tau_{j,L1C/A}^{HF}$  и  $\tau_{j,L2C}^{HF}$  практически одинаковые для всех принимаемых сигналов, так как сигналы GPS имеют одинаковые полосы и несущие в диапазонах L1 и L2, а значит, и одинаковую (с точностью  $\frac{1}{30}$  нс) задержку в радиочастотной части приемника GPS, и можно записать [2]

$$\tau_{j,L1C/A}^{HF} \approx \tau_{L1C/A}^{HF}, \quad \tau_{j,L2C}^{HF} \approx \tau_{L2C}^{HF}.$$

Умножая выражение (1) на  $\gamma$  и вычитая полученное выражение из (2), получим выражение взвешенной псевдодальности по коду стандартной точности, соответствующее [1, 2]:

$$D_{j,C}(t_M) = \frac{D_{j,C}^{L2}(t_M) - \gamma \cdot D_{j,C}^{L1}(t_M)}{1 - \gamma} = \Delta R_{ORBIT}^j + R^j(t_M) + c \cdot \Delta T_{REC} - c \cdot (\Delta T_{SAT}^j) + A_{j,C}^{L1} + c \cdot \Delta \tau_{TROP}^j + \frac{B_{j,C}^{L1,2}}{1 - \gamma} - \frac{\xi_{L2C}^j - \gamma \cdot \xi_{L1C/A}^j}{1 - \gamma}. \quad (5)$$

$\Delta \tau_{TROP}^j = \frac{\Delta D_w}{\sin \alpha_j}$  — остаточная наклонная тропосферная (troposphere, TROP) задержка сигнала

$j$ -го спутника ( $c$ ),  $\alpha_j$  — угол возвышения  $j$ -го спутника,  $\Delta D_w$  — остаточная вертикальная (зенитная) составляющая тропосферной задержки (формула справедлива для  $\alpha_j > 30^\circ$ ).

Известна следующая приближенная зависимость [1, 2]:

$$\Delta \tau_{IONO,L2}^j = \gamma \cdot \Delta \tau_{IONO,L1}^j, \quad \gamma = \left( \frac{f_{L1}}{f_{L2}} \right)^2.$$

$f_{L1}$  — частота несущей сигнала  $j$ -го спутника в диапазоне L1,

$f_{L2}$  — частота несущей сигнала  $j$ -го спутника в диапазоне L2.

$\Delta \tau_{IONO,L1}^j$ ,  $\Delta \tau_{IONO,L2}^j$  — задержка сигнала  $j$ -го спутника в ионосфере в диапазоне L1 и L2 соответственно.

Величина  $\gamma = \left( \frac{77}{60} \right)^2$  для GPS.

Запишем уравнения для псевдодальностей по фазе несущей [4, 6]:

$$G_{j,C/A}^{L1}(t_M) = \Delta R_{ORBIT}^j + R^j(t_M) + c \cdot \Delta T_{REC} + \frac{\Delta D_w}{\sin \alpha_j} - c \cdot (\Delta T_{SAT}^j) + K_{L1}^j + A_{j,C}^{L1} - c \cdot (\Delta \tau_{IONO,L1}^j) + \lambda_{L1}(\varsigma_{\psi_j}^{L1}), \quad (6)$$

$$G_{j,C}^{L2}(t_M) = \Delta R_{ORBIT}^j + R^j(t_M) + c \cdot \Delta T_{REC} + \frac{\Delta D_w}{\sin \alpha_j} - c \cdot (\Delta T_{SAT}^j) + K_{L2}^j + A_{j,C}^{L1} + B_{j,C}^{L1,2} - c \cdot \gamma \cdot (\Delta \tau_{IONO,L1}^j) + \lambda_{L2}(\varsigma_{\psi_j}^{L2}). \quad (7)$$

$\lambda_{L1} \cdot (\varphi_{h,L1}^j)$ ,  $\lambda_{L2} \cdot (\varphi_{h,L2}^j)$  — задержка в аппаратуре ФАП, умноженная на скорость света в диапазонах L1 и L2 соответственно;

$\varphi_{0,L1}$ ,  $\varphi_{0,L2}$  — начальная фаза приемника в диапазонах L1 и L2 соответственно;

$\varphi_{0,L1}^j$ ,  $\varphi_{0,L2}^j$  — неопределенная начальная фаза излучения  $k$ -го спутника в диапазонах L1 и L2 соответственно;

$\varphi_{h,L1}^j$ ,  $\varphi_{h,L2}^j$  — фазовые аппаратурные искажения в ФАП приемника сигнала  $k$ -го спутника в диапазонах L1 и L2 соответственно;

$M_j^{L1}$ ,  $M_j^{L2}$  — неопределенное целое число, отображающее собой неоднозначность фазовых

измерений в  $k$ -м канале приемника в диапазонах L1 и L2 соответственно;

$s_{\psi_j}^{L1}, s_{\psi_j}^{L2}$  — шумовая составляющая измерения псевдофазы сигнала  $k$ -го спутника в приемнике в диапазонах L1 и L2 соответственно;

$\lambda_{L1}^j, \lambda_{L2}^j$  — длина волны несущей сигнала  $j$ -го спутника в диапазонах L1 и L2.

Где

$$K_{L1}^j = \lambda_{L1}(\varphi_{0,L1} + \varphi_{0,L1}^j) - \lambda_{L1} \cdot (\varphi_{h,L1}^j) - M_j^{L1} \cdot \lambda_{L1},$$

$$K_{L2}^j = \lambda_{L2}(\varphi_{0,L2} + \varphi_{0,L2}^j) - \lambda_{L2} \cdot (\varphi_{h,L2}^j) - M_j^{L2} \cdot \lambda_{L2}.$$

Умножая выражение (6) на  $\gamma$  и вычитая полученное выражение из (7), получим выражение взвешенной псевдодалности по фазе несущей, соответствующее [1, 2]:

$$G_{j,C}(t_M) = \frac{G_{j,C}^{L2}(t_M) - \gamma \cdot G_{j,C/A}^{L1}(t_M)}{1 - \gamma} =$$

$$= \Delta R_{ORBIT}^j + R^j(t_M) + c \cdot \Delta T_{REC} +$$

$$+ \frac{\Delta D_w}{\sin \alpha_j} - c \cdot (\Delta T_{SAT}^j) + A_{j,C}^{L1} + \frac{B_{j,C}^{L1,2}}{1 - \gamma},$$

$$\frac{K_{L2}^j - \gamma \cdot K_{L1}^j}{1 - \gamma} + \frac{\lambda_{L2} \cdot (s_{\psi_j}^{L2}) - \gamma \cdot \lambda_{L1} \cdot (s_{\psi_j}^{L1})}{1 - \gamma}. \quad (8)$$

Введение параметров  $K_{L1}^j, K_{L2}^j$  приводит к единообразной записи уравнений псевдодалностей по коду и фазе несущей.

## Алгоритм оценки фазовых неоднозначностей (типа integer), базирующийся на использовании фильтра калмановского типа (ФКТ)

Для устранения оценки шкалы времени приемника будем использовать разность получаемых измерений от  $k$ -го спутника, а в качестве опорного выберем спутник с номером  $J$ . Рассмотрим следующую комбинацию ионосферосвободных измерений:

$$V_{k,J}^{L1}(t_M) = V_k^{L1}(t_M) - V_J^{L1}(t_M) =$$

$$= [D_k^{L1}(t_M) + G_k^{L1}(t_M) - D_J^{L1}(t_M) - G_J^{L1}(t_M)], \quad (9)$$

$$V_{k,J}^{L2}(t_M) = V_k^{L2}(t_M) - V_J^{L2}(t_M) =$$

$$= [D_k^{L2}(t_M) + G_k^{L2}(t_M) - D_J^{L2}(t_M) - G_J^{L2}(t_M)]. \quad (10)$$

Если в выражения (9) и (10) подставить значения псевдодалностей (1), (2), (6), (7), то каждое выражение будет иметь неизвестную величину, связанную с начальной фазой излучения  $k$ -го спутника. Для устранения этих величин требуется дополнительная информация. Рассмотрим получение этой информации от ближайшей сетевой станции, хотя она может быть получена и при обработке сырых измерений всех сетевых станций в едином центре. Измерения сетевой станции будем записывать с индексом (baz), кроме того, считается, что остаточная вертикальная тропосферная задержка для каждой сетевой станции известна.

$$V_{k,J,baz}^{L1}(t_{M,baz}) = V_{k,baz}^{L1}(t_{M,baz}) - V_{J,baz}^{L1}(t_{M,baz}) =$$

$$= [D_{k,baz}^{L1}(t_{M,baz}) + G_{k,baz}^{L1}(t_{M,baz}) -$$

$$- D_{J,baz}^{L1}(t_{M,baz}) - G_{J,baz}^{L1}(t_{M,baz})], \quad (11)$$

$$V_{k,J,baz}^{L2}(t_{M,baz}) = V_{k,baz}^{L2}(t_{M,baz}) - V_{J,baz}^{L2}(t_{M,baz}) =$$

$$= [D_{k,baz}^{L2}(t_{M,baz}) + G_{k,baz}^{L2}(t_{M,baz}) -$$

$$- D_{J,baz}^{L2}(t_{M,baz}) - G_{J,baz}^{L2}(t_{M,baz})]. \quad (12)$$

Моменты измерений  $t_M$  и  $t_{M,baz}$  таковы, что показания часов пользовательского и базового приемников в эти моменты одинаковы [4]. Если расстояние между этими приемниками порядка 2000 км, то при относительной стабильности несущих частот спутников  $\sim 2 \cdot 10^{-11}$  величины начальных фаз излучения можно считать равными, т.е.  $\varphi_{0,L1}^k(t_M) \approx \varphi_{0,L1}^k(t_{M,baz}), \varphi_{0,L2}^k(t_M) \approx \varphi_{0,L2}^k(t_{M,baz})$ .

Если учесть малость и практическое равенство задержек в цифровой ФАП, то комбинации  $K_{L1}^j, K_{L2}^j$  можно переписать в виде

$$K_{L1}^k(t_M) - K_{L1}^k(t_{M,baz}) =$$

$$= \lambda_{L1}^k \cdot (\varphi_{0,L1} - \varphi_{0,L1,baz}) - (M_k^{L1} - M_k^{L1,baz}) \cdot \lambda_{L1}^k, \quad (13)$$

$$K_{L2}^k(t_M) - K_{L2}^k(t_{M,baz}) =$$

$$= \lambda_{L2}^k \cdot (\varphi_{0,L2} - \varphi_{0,L2,baz}) - (M_k^{L2} - M_k^{L2,baz}) \cdot \lambda_{L2}^k. \quad (14)$$

Начальные фазы, формируемые в приемниках, случайны, но можно считать, что они одинаковы для всех сигналов одного диапазона. Это условие

для сигналов ГЛОНАСС обеспечивается за счет специальных программных средств в процессе формирования в приемнике псевдофазовых измерений [4], а для сигналов GPS обеспечивается автоматически. Тогда

$$[K_{L1}^k(t_M) - K_{L1}^k(t_{M,baz})] - [K_{L1}^J(t_M) - K_{L1}^J(t_{M,baz})] = -(M_{L1,baz}^k - M_{L1}^k) \cdot \lambda_{L1}^k + (M_{L1,baz}^J - M_{L1}^J) \cdot \lambda_{L1}^J, \quad (15)$$

$$[K_{L2}^k(t_M) - K_{L2}^k(t_{M,baz})] - [K_{L2}^J(t_M) - K_{L2}^J(t_{M,baz})] = -(M_{L2,baz}^k - M_{L2}^k) \cdot \lambda_{L2}^k + (M_{L2,baz}^J - M_{L2}^J) \cdot \lambda_{L2}^J. \quad (16)$$

Величины  $K_{L1}^k(t_M) - K_{L1}^k(t_{M,baz})$  и  $K_{L2}^k(t_M) - K_{L2}^k(t_{M,baz})$ , как правило, не превышают значений  $-100$ , а с учетом малости  $\lambda_{L1}^k - \lambda_{L1}^J \leq 8,5 \times 10^{-4}$  м,  $\lambda_{L2}^k - \lambda_{L2}^J \leq 8,5 \cdot 10^{-4}$  м для ГЛОНАСС и  $\lambda_{L1}^k - \lambda_{L1}^J = 0$ ,  $\lambda_{L2}^k - \lambda_{L2}^J = 0$  для GPS выражения (15) и (16) для обеих систем можно переписать в виде

$$[K_{L1}^k(t_M) - K_{L1}^k(t_{M,baz})] - [K_{L1}^J(t_M) - K_{L1}^J(t_{M,baz})] = -(M_{L1,baz}^k - M_{L1}^k - M_{L1,baz}^J + M_{L1}^J) \cdot \lambda_{L1}^k, \quad (17)$$

$$[K_{L2}^k(t_M) - K_{L2}^k(t_{M,baz})] - [K_{L2}^J(t_M) - K_{L2}^J(t_{M,baz})] = -(M_{L2,baz}^k - M_{L2}^k - M_{L2,baz}^J + M_{L2}^J) \cdot \lambda_{L2}^k. \quad (18)$$

Оценивание координат антенны пользовательского приемника будем производить фильтром калмановского типа [3], для использования выражений (17) и (18) в качестве измерений будем использовать вектор

$$\bar{z} = \begin{pmatrix} V_{1,J}^{L1}(t_M) - V_{1,J,baz}^{L1}(t_{M,baz}) \\ V_{1,J}^{L2}(t_M) - V_{1,J,baz}^{L2}(t_{M,baz}) \\ G_{1,J}(t_M) - G_{1,J,baz}(t_{M,baz}) \\ \dots \\ V_{k,J}^{L1}(t_M) - V_{k,J,baz}^{L1}(t_{M,baz}) \\ V_{k,J}^{L2}(t_M) - V_{k,J,baz}^{L2}(t_{M,baz}) \\ G_{k,J}(t_M) - G_{k,J,baz}(t_{M,baz}) \\ \dots \\ V_{J-1,J}^{L1}(t_M) - V_{J-1,J,baz}^{L1}(t_{M,baz}) \\ V_{J-1,J}^{L2}(t_M) - V_{J-1,J,baz}^{L2}(t_{M,baz}) \\ G_{J-1,J}(t_M) - G_{J-1,J,baz}(t_{M,baz}) \end{pmatrix}. \quad (19)$$

В качестве оцениваемого вектора при указанном векторе измерений может быть следующий:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ \dots \\ X_{4+2 \cdot (J-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \Delta D_w \\ (M_{L1,baz}^1 - M_{L1}^1) - (M_{L1,baz}^J - M_{L1}^J) \\ (M_{L2,baz}^1 - M_{L2}^1) - (M_{L2,baz}^J - M_{L2}^J) \\ \dots \\ (M_{L1,baz}^k - M_{L1}^k) - (M_{L1,baz}^J - M_{L1}^J) \\ (M_{L2,baz}^k - M_{L2}^k) - (M_{L2,baz}^J - M_{L2}^J) \\ \dots \\ (M_{L1,baz}^{J-1} - M_{L1}^{J-1}) - (M_{L1,baz}^J - M_{L1}^J) \\ (M_{L2,baz}^{J-1} - M_{L2}^{J-1}) - (M_{L2,baz}^J - M_{L2}^J) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \Delta D_w \\ M_{L1}^{1,J} \\ M_{L2}^{1,J} \\ \dots \\ M_{L1}^{k,J} \\ M_{L2}^{k,J} \\ \dots \\ M_{L1}^{J-1,J} \\ M_{L2}^{J-1,J} \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Наблюдаемость процесса фильтрации обеспечивается выполнением следующего неравенства:

$$3 \cdot (J - 1) \geq 4 + 2 \cdot (J - 1),$$

которое выполняется при  $J \geq 5$ .

Связь измеряемых параметров с оцениваемыми осуществляется с помощью выражений (1)–(18). Величина  $(\Delta R_{ORBIT}^k - \Delta R_{ORBIT,baz}^k + \Delta R_{ORBIT,baz}^J - \Delta R_{ORBIT}^J)$  неизвестна. Но разность ошибок эфемерид равна

$$\Delta R_{ORBIT}^k - \Delta R_{ORBIT,baz}^k = \Delta \bar{r}_k \cdot (\bar{e}_k - \bar{e}_{k,baz}) \approx \Delta r_k \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{R}{20\,000\,000} \right).$$

Здесь

$\Delta \bar{r}_k$  — отклонение истинных координат  $k$ -го спутника от вычисляемых приемником;

$\bar{e}_k$  — направляющие косинусы от приемника на  $k$ -й спутник.

При использовании высокоточных эфемерид по радиусу-вектору СВОЭВП и расстоянию между станцией и пользователем  $R \approx 2\,000\,000$  м ошибка величины приблизительно равна  $\Delta R_{\text{ОРБИТ}}^k - \Delta R_{\text{ОРБИТ,baz}}^k \approx 0,02$  м и ей можно пренебречь.

Сетевая станция передает поправки в виде

$$S_{\text{baz}}^{k,J} = -R_{\text{baz}}^k(t_{M,\text{baz}}) + R_{\text{baz}}^J(t_{M,\text{baz}}) + \frac{\Delta D_{w,\text{baz}}}{\sin \alpha_{k,\text{baz}}} - \frac{\Delta D_{w,\text{baz}}}{\sin \alpha_{J,\text{baz}}},$$

здесь

$$R_{\text{baz}}^k(t_{M,\text{baz}}) = ([x^k(t_{\text{pr,baz}}) - x_{\text{baz}}(t_{M,\text{baz}})]^2 + [y^k(t_{\text{pr,baz}}) - y_{\text{baz}}(t_{M,\text{baz}})]^2 + [z^k(t_{\text{pr,baz}}) - z_{\text{baz}}(t_{M,\text{baz}})]^2)^{1/2}, \quad k = \overline{1, J};$$

$x_{\text{baz}}(t_{M,\text{baz}})$ ,  $y_{\text{baz}}(t_{M,\text{baz}})$ ,  $z_{\text{baz}}(t_{M,\text{baz}})$  — координаты сетевой станции.

$t_{\text{pr,baz}}$  — момент предшествования  $t_{M,\text{baz}}$ .

## Исследование оценки фазовых неоднозначностей с помощью ФКТ

Приведенная структура ФКТ является общей для сигналов ГЛОНАСС и GPS. Она позволяет получить оценки целочисленных фазовых неоднозначностей.

Приведем оценки параметров  $M_{L1}^{k,J}$  и  $M_{L2}^{k,J}$ , а также  $N^{k,J} = M_{L2}^{k,J} - M_{L1}^{k,J}$ , полученные в результате обработки натурных сырых измерений пользовательского и базового приемников после 300 с наблюдения сигналов GPS для  $k = 15$  (см. рис. 1–3).

Для определения установившегося значения величин  $N^{k,J} = M_{L1}^{k,J} - M_{L2}^{k,J}$  следует привести их оценки с первой секунды оценки (см. рис. 4).

Выводы относительно полученных экспериментально данных:

1. Оценки значений  $M_{L1}^{k,J}$  и  $M_{L2}^{k,J}$  стремятся к целым числам, но время сходимости для некоторых пар спутников весьма велико, т. е. превышает 2000 с.

2. Оценки значений  $M_{L1}^{k,J} - M_{L2}^{k,J}$  также стремятся к целым числам, но время сходимости для всех пар спутников не превышает 50 с.

3. Попытки использовать в приведенном алгоритме установившиеся разности  $M_{L1}^{k,J} - M_{L2}^{k,J}$

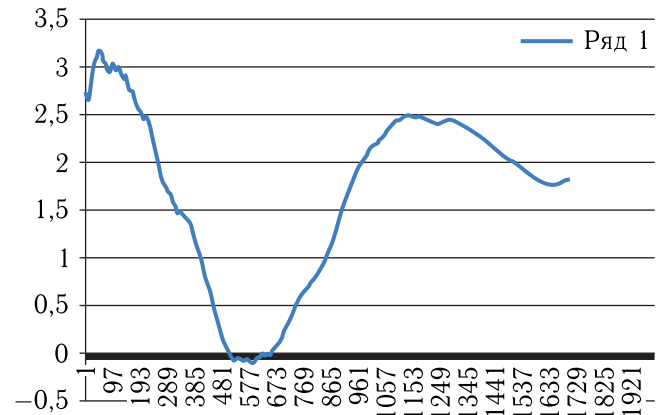


Рис. 1. Оценка ФКТ параметра  $M_{L1}^{15,27}$

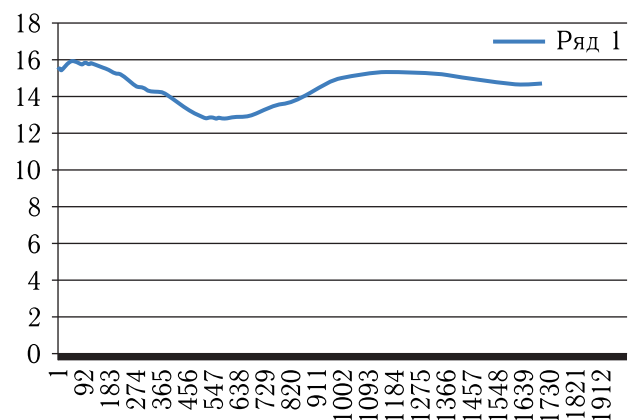


Рис. 2. Оценка ФКТ параметра  $M_{L2}^{15,27}$

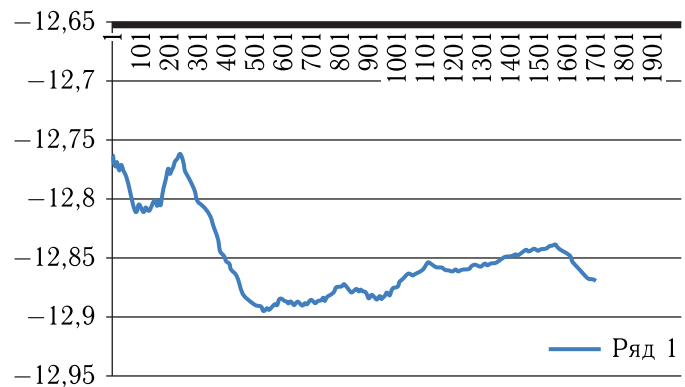


Рис. 3. Оценка ФКТ параметра  $N^{15,27}$

не привели к существенному ускорению получения оценок  $M_{L1}^{k,J}$  и  $M_{L2}^{k,J}$ .

4. Для раскрытия фазовых неоднозначностей за короткий (50-секундный) интервал времени необходимо создать еще один алгоритм, оценивающий комбинацию оценок  $M_{L1}^{k,J}$  и  $M_{L2}^{k,J}$ .

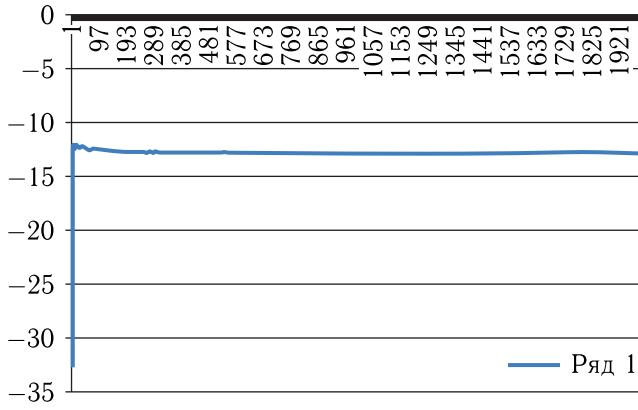


Рис. 4. Оценка ФКТ параметра  $N^{15,27}$  с первой секунды наблюдения

### Алгоритм, оценивающий линейную комбинацию оценок $M_{L1}^{k,J}$ и $M_{L2}^{k,J}$

Используя выражения (3) или (8), получим

$$\begin{aligned} \nabla \Delta G_{k,J} &= \\ &= [\lambda_{L2}^k \cdot (M_{L2,baz}^k - M_{L2}^k) - \lambda_{L2}^J \cdot (M_{L2,baz}^J - M_{L2}^J)] - \\ &- [\lambda_{L1}^k \cdot (M_{L1,baz}^k - M_{L1}^k) - \lambda_{L1}^J \cdot (M_{L1,baz}^J - M_{L1}^J)] \approx \\ &\approx \lambda_{L2}^k \cdot [(M_{L2,baz}^k - M_{L2}^k) - (M_{L2,baz}^J - M_{L2}^J)] - \\ &- \lambda_{L1}^k \cdot [(M_{L1,baz}^k - M_{L1}^k) - (M_{L1,baz}^J - M_{L1}^J)] = \\ &= \lambda_{L2}^k \cdot M_{L2}^{k,J} - \lambda_{L1}^k \cdot M_{L1}^{k,J}, \quad (21) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \nabla \Delta G_{k,J} &= [G_{k,baz}^{L2}(t_{M,baz}) - G_k^{L2}(t_M)] - \\ &- [G_{J,baz}^{L2}(t_{M,baz}) - G_J^{L2}(t_M)] - \\ &- [G_{k,baz}^{L1}(t_{M,baz}) - G_k^{L1}(t_M)] + [G_{J,baz}^{L1}(t_{M,baz}) - G_J^{L1}(t_M)] \end{aligned}$$

с учетом компенсации

$$\begin{aligned} &c \cdot (1 - \gamma) \cdot (\Delta \tau_{\text{IONO},L1,baz}^k - \Delta \tau_{\text{IONO},L1,baz}^J) - \\ &- c \cdot (1 - \gamma) \cdot (\Delta \tau_{\text{IONO},L1}^k - \Delta \tau_{\text{IONO},L1}^J). \end{aligned}$$

Для вычисления ионосферных задержек можно либо использовать ионосферную карту, либо взять первые разности от выражений (7), (8) через интервал в несколько минут.

Для сигналов GPS выражение (21) записывается точно, а для сигналов ГЛОНАСС приблизительно, так как вместо  $\lambda_{L1}^J, \lambda_{L2}^J$  в выражении записаны  $\lambda_{L1}^k, \lambda_{L2}^k$ , что допустимо вследствие их малой разности.

Ранее экспериментально получены величины

$$N^{k,J} = M_{L2}^{k,J} - M_{L1}^{k,J}. \quad (22)$$

Используя (21) и (22), получим

$$M_{L1}^{k,J} = \frac{\nabla \Delta G_{k,J} - \lambda_{L2} \cdot N^{k,J}}{\lambda_{L2} - \lambda_{L1}}. \quad (23)$$

Определим с помощью представленной процедуры значения  $M_{L1}^{k,J}$  для всех  $k$  при опорном  $J$  спутнике для первых 200 с сырых измерений, использованных ранее (см. рис. 5).

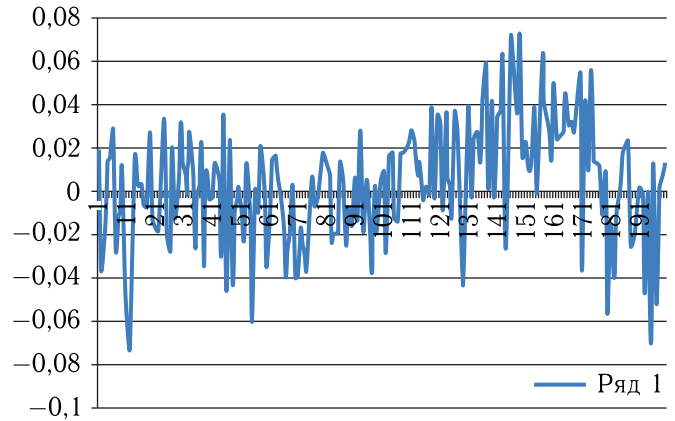


Рис. 5. Вычисление параметра  $M_{L1}^{15,27}$

Сравнивая полученные значения  $M_{L1}^{k,J}$  (рис. 5) с оцененными ФКТ (рис. 1), становится очевидным, что ФКТ не хватило времени равного 2000 с для получения истинной оценки. Очевидно, что полученные оценки  $M_{L1}^{k,J}$  практически приемлемы для всего рассматриваемого временного диапазона. Отсюда следует, что раскрытие фазовых неоднозначностей может быть получено, как только получены приемлемые величины  $N^{k,J}$ , т. е. практически через 50 с наблюдения.

### Оценка координат с помощью алгоритма, использующего разрешенные фазовые неоднозначности

В этом случае можно воспользоваться алгоритмом, использующим в качестве измерений взвешенные псевдодалности по коду, но, начиная



с некоторого момента, в качестве измерений использовать взвешенную псевдодальность по фазе несущей с разрешенными фазовыми неоднозначностями.

В качестве измерений в этом случае будем использовать вектор

$$\bar{z} = \begin{pmatrix} [G_1(t_M) - G_J(t_M)] - \\ \quad - [G_{1,baz}(t_{M,baz}) - G_{J,baz}(t_{M,baz})] \\ \quad \quad \quad \dots \\ [G_k(t_M) - G_J(t_M)] - \\ \quad - [G_{k,baz}(t_{M,baz}) - G_{J,baz}(t_{M,baz})] \\ \quad \quad \quad \dots \\ [G_{J-1}(t_M) - G_J(t_M)] - \\ \quad - [G_{J-1,baz}(t_{M,baz}) - G_{J,baz}(t_{M,baz})] \end{pmatrix}, \quad (24)$$

а в качестве оцениваемых параметров

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \Delta D_w \end{pmatrix}. \quad (25)$$

На рис. 6 приведены ошибки оценки координат потребителя, полученные ФКТ на основе относительного метода при выборе в качестве опорного спутника № 27 в случае получения однозначных псевдодальностей по фазе несущей с 300 с наблюдения (для лучшей наглядности рисунок начинается с 50 с наблюдения).

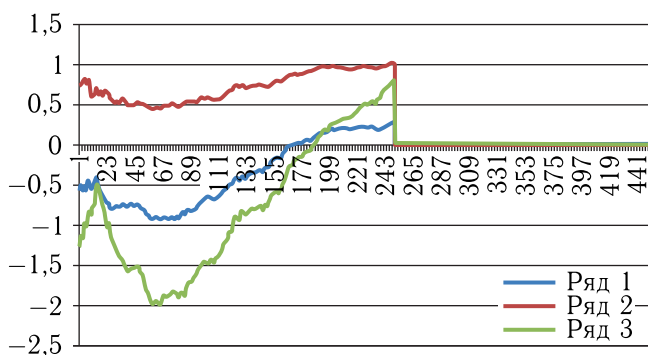


Рис. 6. Ошибки оценки координат потребителя, полученные ФКТ на основе относительного метода

## Выводы

1. Проведено исследование оценок фазовых неоднозначностей на основе ФКТ и показано, что разность фазовых неоднозначностей оценивается с приемлемой точностью уже к 50 с наблюдения.

2. Совместное использование метода оценки линейной комбинации фазовых неоднозначностей и оценки разности фазовых неоднозначностей на основе ФКТ формирует систему из двух уравнений с двумя неизвестными, решение которой раскрывает фазовые неоднозначности начиная с 50 с и в последующие моменты времени.

3. Использование в качестве измерений псевдодальностей по фазе несущей с раскрытыми фазовыми неоднозначностями, позволяет получить сантиметровые ошибки оценки координат пользовательского приемника практически сразу.

## Список литературы

1. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. Изд. 4-е, перераб. М.: Радиотехника, 2010.
2. Global Positioning System: Theory and Applications. Volume II. Edited by Bradford W. Parkinson, James J. Spilker. Published by the American Institute of Aeronautic and Astronautic, Inc 370 L'Enfant Promenade, SW, Washington, DC 20024-2518, 1996.
3. Mehra R. K. A comparison of several nonlinear filters for reentry vehicle tracking // IEEE Transactions on Automatic Control, AC-16. 1971. № 4. P. 307–319.
4. Поваляев А. А. Спутниковые радионавигационные системы: время, показания часов, формирование измерений и определение относительных координат. М.: Радиотехника, 2008.
5. Поваляев А. А., Подкорытов А. Н., Никитин С. А., Филимонова Д. В. Алгебраические основы обработки измерений при высокоточном абсолютном местопределении по сигналам ГНСС с кодовым разделением каналов // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. 2019. Т. 6, вып. 1. С. 4–16.
6. Вовасов В. Е., Бетанов В. В., Воропаева А. В. Метод высокоточного позиционирования потребителей информации спутниковых систем // Правовая информатика. М.: ФБУ «Научный центр правовой информации при Министерстве юстиции Российской Федерации». 2020. № 3. С. 53–64.