

## Вращение аппаратов серии ТНС вдоль вектора скорости под управлением ротора и электромагнитной системы ориентации

**М. Ю. Овчинников**, д. ф.-м. н., профессор, *ovchinni@keldysh.ru*

*Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, г. Москва, Российская Федерация*

**В. И. Пеньков**, к. ф.-м. н., *pvi123321ivp@yandex.ru*

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),  
г. Москва, Российская Федерация*

**Д. С. Ролдугин**, к. ф.-м. н., *rolduginds@gmail.com*

*Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, г. Москва, Российская Федерация*

**С. С. Ткачев**, к. ф.-м. н., *stevens\_L@mail.ru*

*Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, г. Москва, Российская Федерация*

**Н. А. Юданов**, *tm016@rniikp.ru*

*АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация*

**Аннотация.** Рассматривается спутник с быстро вращающимся вокруг оси симметрии корпусом и соосным маховиком, с малым суммарным кинетическим моментом системы. Аппарат оснащен электромагнитной системой ориентации для создания и поддержания ориентации оси вращения вдоль вектора скорости. Предложены законы управления, обеспечивающие требуемое положение равновесия и его асимптотическую устойчивость в полусвязанной системе координат. Рассмотрены проблемы реализации управления, связанные с особенностями электромагнитной системы ориентации и переходом к системе координат, связанной с корпусом спутника. Проведено моделирование для аппарата серии ТНС, весьма далекого от осесимметричного. Показано, что использование простой электромагнитной системы позволяет обеспечить быстрое вращение спутника вокруг вектора скорости, несмотря на возмущающие факторы.

**Ключевые слова:** магнитная ориентация, ротор, ТНС

## Rotation of TNS Series Spacecraft along the Velocity Vector under the Rotor Control and Magnetic Attitude Control System

**M. Yu. Ovchinnikov**, *Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., ovchinni@keldysh.ru*

*Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, Russian Federation*

**V. I. Pen'kov**, *Cand. Sci. (Phys.-Math.), associate professor, pvi123321ivp@yandex.ru*

*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation*

**D. S. Roldugin**, *Cand. Sci. (Phys.-Math.), rolduginds@gmail.com*

*Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, Russian Federation*

**S. S. Tkachev**, *Cand. Sci. (Phys.-Math.), associate professor, stevens\_L@mail.ru*

*Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, Russian Federation*

**N. A. Yudanov**, *tm016@rniikp.ru*

*Joint Stock Company "Russian Space Systems", Moscow, Russian Federation*

**Abstract.** A satellite that rotates around the axis of symmetry is considered. A rotor is installed to compensate the angular momentum of the rotating body. Magnetic attitude control system is utilized to provide the stabilization of the rotation axis along the velocity vector on the circular orbit. Control algorithms are proposed that ensure the equilibrium position for the required attitude and its asymptotic stability in the semi-fixed reference frame. Control implementation issues are discussed, including the inherent problems of the magnetic control and the transition to the satellite-fixed reference frame. Numerical simulation is performed for the TNS satellite, which is very far from axisymmetrical. Fast rotation of the satellite around the velocity vector is proved to be achievable with the magnetic control despite the different disturbance sources.

**Keywords:** magnetic control, rotor, TNS

## Введение

Решается задача быстрого вращения космического аппарата вокруг оси приближительной симметрии с ориентацией этой оси вдоль вектора скорости (по касательной к круговой орбите). В качестве основных исполнительных элементов используются магнитные катушки. В отличие от типичной задачи стабилизации собственным вращением должна поддерживаться ориентация вдоль принципиально подвижного в инерциальном пространстве направления. Такая задача возникает, если нет технической возможности установить сканирующую полезную нагрузку на подвижную платформу и приходится закручивать корпус спутника. В статье рассматривается приложение приведенной динамической постановки задачи к аппаратам серии ТНС, имеющим массу 5–10 килограммов. Эти аппараты являются примером спутников, на которых может быть установлена серьезная полезная нагрузка, но некоторые технические решения, в частности подвижные платформы, могут быть недоступны. При этом небольшие масса и размер подразумевают установку одного основного блока полезной нагрузки, что позволяет подчинить требования по ориентации всего аппарата требованиям нагрузки.

Серия технологических наноспутников разработки и производства АО «Российские космические системы» была начата успешным запуском аппарата ТНС-0 №1 28 марта 2005 г. [1]. Аппарат успешно выполнил основные поставленные задачи — отработку запуска с борта МКС, проверку работы модуля связи через глобальную телекоммуникационную спутниковую систему «Глобалстар», летную квалификацию конструкции КА и его элементов, включая новую аккумуляторную батарею. Дальнейшее развитие серии планировалось на основе модернизированной платформы ТНС-1 [2], однако в силу ряда причин работы над ним не были завершены.

17 августа 2017 г. был запущен второй аппарат серии ТНС-0 №2 (рис. 1), во многом схожий с первым. Оба спутника были оснащены пассивной магнитной системой ориентации [3–5].

Аппарат также успешно прошел летные испытания, значительно превысив запланированный



Рис. 1. Аппарат ТНС-0 №2

срок существования из-за низкой солнечной активности. При этом все системы работали в штатном режиме до разрушения аппарата в плотных слоях атмосферы. В настоящее время планируется несколько миссий, использующих платформу ТНС. Одним из отличий является необходимость в установке активной системы ориентации для выполнения задач, стоящих перед полезной нагрузкой. При этом в силу малого размера и массы аппарата желательно использовать магнитную систему ориентации в качестве основной.

Поворот оси вращения в инерциальном пространстве с орбитальной скоростью сопровождается возникновением существенного гироскопического момента. Организация парирующего момента с помощью магнитных катушек представляется проблематичной из-за малой величины типичных управляющих моментов такой системы. Возникает вопрос обеспечения осевого вращения корпуса спутника и одновременно устранения возникающего при этом

кинетического момента. Для этого предлагается установить на спутнике управляемый маховик (ротатор), ось вращения которого коллинеарна оси закрутки корпуса, а скорость вращения постоянна или почти постоянна. Спутники с двойным вращением, как и стабилизируемые вращением, зачастую оснащаются магнитной системой [6–8]. Ее недостатки — слабый управляющий момент и ограничение на его величину — компенсируются динамическими свойствами аппарата. При этом использование одного ротора в связке с магнитной системой ориентации позволяет значительно сэкономить ресурсы аппарата по сравнению с полноценной гироскопической системой ориентации.

В работе рассматривается следующая задача. Аппарат вращается вокруг оси максимального момента инерции. При построении управления предполагается, что это — ось динамической симметрии. На аппарате установлены магнитная система ориентации (три магнитные катушки) и маховик. Маховик может вращаться с постоянной скоростью или медленно равномерно раскручиваться. В результате в номинальном режиме движения суммарный кинетический момент системы спутник-маховик должен быть близок к нулевому, корпус и маховик вращаются с постоянной скоростью. Управление скоростью вращения маховика невозможно после того, как он достиг номинального режима вращения. Задача магнитной системы — поддержание ориентации оси вращения аппарата вдоль касательной к орбите и обеспечение требуемой скорости вращения.

## Постановка задачи

Введем три правые декартовы системы координат:

$Ox_1x_2x_3$  — орбитальная система координат (ОСК). Ось  $Ox_3$  направлена вдоль текущего радиуса-вектора центра масс спутника. Ось  $Ox_2$  коллинеарна нормали к плоскости орбиты. Ось  $Ox_1$  дополняет систему до правой (направлена по скорости орбитального движения аппарата);

$Ox_1x_2x_3$  — связанная со спутником система координат (ССК), ее оси совпадают с главными центральными осями инерции спутника,  $e_1$  — орт оси динамической симметрии спутника  $Ox_1$ ;

$O\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$  — полусвязанная система координат. Ось  $O\bar{x}_1$  совпадает с осью  $Ox_1$  связанной системы, а оси  $O\bar{x}_2$ ,  $O\bar{x}_3$  не участвуют в осевом вращении спутника.

Рассмотрим случай, когда в номинальном движении продольная ось  $Ox_1$  спутника, то есть ось, вокруг которой необходимо обеспечить его вращение, направлена по касательной к орбите — вдоль оси  $Ox_1$  ОСК. Ориентацию спутника (связанной с ним системы координат) относительно орбитальной системы будем описывать с помощью углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  (последовательность поворотов 2–3–1) и компонент абсолютной угловой скорости  $\omega_i$ . При численном моделировании используется кватернион. Для выбранной последовательности поворотов матрица перехода  $\mathbf{A}$  от орбитальной к связанной системе имеет вид

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \beta & -\sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma & \cos \beta \cos \gamma & \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma \\ \sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma & -\cos \beta \sin \gamma & -\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Кинетический момент  $\mathbf{K}$  спутника с тензором инерции  $\mathbf{J} = \text{diag}(A, B, C)$  и маховика с осевым моментом инерции  $J_f$ , вращающегося с угловой скоростью  $\omega_f$  относительно корпуса спутника, в связанных осях записывается как

$$\mathbf{K} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + J_f(\omega_1 + \omega_f)\mathbf{e}_1.$$

При вращении маховика распределение его масс относительно корпуса спутника не меняется. Поэтому экваториальный момент инерции маховика содержится в компонентах  $B$  и  $C$  тензора инерции спутника. Тогда динамические уравнения движения корпуса спутника и маховика имеют следующий вид:

$$\mathbf{J} \frac{d}{dt} (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + J_f(\omega_1 + \omega_f)\mathbf{e}_1) + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + J_f(\omega_1 + \omega_f)\mathbf{e}_1) = \mathbf{M}_{\text{гр}} + \mathbf{M}_{\text{упр}}. \quad (2)$$

На спутник действуют гравитационный  $\mathbf{M}_{\text{гр}} = 3\omega_0^2 \mathbf{e}_3 \times \mathbf{J}\mathbf{e}_3$  и управляющий магнитный  $\mathbf{M}_{\text{упр}} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$  моменты,  $\omega_0$  — угловая скорость орби-

тального движения спутника,  $\mathbf{e}_3 = (a_{13}, a_{23}, a_{33})$  — орт оси  $OX_3$ ,  $\mathbf{m} = (m_1, m_2, m_3)$  — управляющий дипольный момент, формируемый токовыми катушками,  $\mathbf{B} = (B_1, B_2, B_3)$  — вектор индукции геомагнитного поля.

Динамические уравнения дополняются кинематическими соотношениями

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= \frac{1}{\cos\beta}(\omega_2 \cos\gamma - \omega_3 \sin\gamma) - \omega_0, \\ \frac{d\beta}{dt} &= \omega_2 \sin\gamma + \omega_3 \cos\gamma, \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \omega_1 - \operatorname{tg}\beta(\omega_2 \cos\gamma - \omega_3 \sin\gamma). \end{aligned} \quad (3)$$

В рамках модели прямого диполя в системе  $OX_1X_2X_3$  вектор индукции имеет вид [9]

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= B_0(\sin i \cos u, \cos i, -2 \sin i \sin u) = \\ &= B_0(B_1, B_2, B_3), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $u$  — аргумент широты,  $B_0 = \mu_e/r^3$  — индукция над экватором,  $r$  — радиус орбиты спутника,  $\mu_e = \mu_0\mu_m/4\pi$ ,  $\mu_m$  — модуль дипольного момента Земли (в настоящее время  $\mu_e = 7,7245 \cdot 10^6$  Тл · км<sup>3</sup>),  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  кг · м · А<sup>-2</sup> · с<sup>-2</sup> — универсальная магнитная постоянная.

Управление спутником осуществляется с помощью дипольного момента, создаваемого магнитными катушками, и за счет изменения скорости вращения маховика относительно спутника.

Введем обозначение  $\bar{A} = A + J_f$ . Последнее означает, что тензор инерции  $\operatorname{diag}(\bar{A}, B, C)$  отвечает спутнику с «вмороженным» в его тело маховиком. Рассмотрим осесимметричный спутник ( $C = B$ ). Перейдем к безразмерным уравнениям в полусвязанной системе координат. Для этого введем проекции абсолютной угловой скорости  $\Omega_1 = \omega_1/\omega_0$ ,  $\Omega_2 = (\omega_2 \cos\gamma - \omega_3 \sin\gamma)/\omega_0$ ,  $\Omega_3 = (\omega_2 \sin\gamma + \omega_3 \cos\gamma)/\omega_0$ , скорость вращения маховика  $\Omega_f = \omega_f/\omega_0$ , компоненты управляющего магнитного момента  $M_1 = m_1/\omega_0^2$ ,  $M_2 = (m_2 \cos\gamma - m_3 \sin\gamma)/\omega_0^2$ ,  $M_3 = (m_2 \sin\gamma + m_3 \cos\gamma)/\omega_0^2$  на оси  $O\bar{x}_2$  и  $O\bar{x}_3$  полусвязанной системы соответственно. Уравнения (2) и (3) относительно вновь введенных проекций абсолютной угловой скорости

при дифференцировании по аргументу широты  $u = \omega_0(t - t_0)$  имеют вид

$$\begin{aligned} \bar{A}\dot{\Omega}_1 + J_f\dot{\Omega}_f &= M_2(B_1 \sin\alpha + B_3 \cos\alpha) + \\ &+ M_3(B_1 \cos\alpha \sin\beta - B_2 \cos\beta - B_3 \sin\alpha \sin\beta), \\ B\dot{\Omega}_2 + (\bar{A} - B)\Omega_1\Omega_3 + J_f\Omega_f\Omega_3 &= \\ &= -3(A - B) \sin\alpha \cos\alpha \cos\beta - \\ &- M_1(B_1 \sin\alpha + B_3 \cos\alpha) + \\ &+ M_3(B_1 \cos\alpha \cos\beta + B_2 \sin\beta - B_3 \sin\alpha \cos\beta) - \\ &- B\Omega_3(\Omega_1 - \Omega_2 \operatorname{tg}\beta), \\ B\dot{\Omega}_3 + (B - \bar{A})\Omega_1\Omega_2 - J_f\Omega_f\Omega_2 &= \\ &= -3(B - A) \sin^2\alpha \sin\beta \cos\beta - \\ &- M_1(B_1 \cos\alpha \sin\beta - B_2 \cos\beta - B_3 \sin\alpha \sin\beta) - \\ &- M_2(B_1 \cos\alpha \cos\beta + B_2 \sin\beta - B_3 \sin\alpha \cos\beta) + \\ &+ B\Omega_2(\Omega_1 - \Omega_2 \operatorname{tg}\beta), \\ \dot{\alpha} &= \frac{\Omega_2}{\cos\beta} - 1, \quad \dot{\beta} = \Omega_3, \quad \dot{\gamma} = \Omega_1 - \Omega_2 \operatorname{tg}\beta. \end{aligned} \quad (5)$$

Заметим, что матрица перехода  $\bar{A}$  от орбитальной к полусвязанной системе задается выражением (1), в котором нужно положить  $\gamma = 0$ .

## Построение управления

### Обеспечение существования положения равновесия

Найдем условия существования решения  $\alpha = \beta = 0$  системы (5), при котором ось симметрии спутника отслеживает касательную к орбите. Подставляя это решение в (5), получаем условия на оставшиеся, не обращающиеся в нули слагаемые,

$$\begin{aligned} \bar{A}\dot{\Omega}_1 + J_f\dot{\Omega}_f &= M_2B_3 - M_3B_2, \\ 0 &= -m_1B_3 + M_3B_1, \\ -\bar{A}\Omega_1 - J_f\Omega_f &= M_1B_2 - M_2B_1, \\ \Omega_2 &= 1, \quad \Omega_3 = 0, \quad \dot{\gamma} = \Omega_1. \end{aligned} \quad (6)$$

Введем переменные  $P = \bar{A}\Omega_1 + J_f\Omega_f$  и  $Q = M_2B_3 - M_3B_2$ , что позволяет переписать (6) в следующем виде, исключив  $m_1$  и используя соотношение  $M_1 = M_3B_1/B_3$  из второго равенства:

$$\dot{P} = Q, \quad P = \frac{B_1}{B_3}Q. \quad (7)$$

Поделив почленно первое уравнение на второе, получаем

$$\frac{dP}{P} = \frac{B_3}{B_1} du.$$

Используя выражения (4) для проекций вектора индукции геомагнитного поля, после интегрирования имеем решение этого уравнения

$$P = C_1 \cos^2 u, \quad (8)$$

где  $C_1 = \bar{A}\Omega_1(0) + J_f\Omega_f(0)$  — постоянная интегрирования.

Выразим управляющие моменты через полученное решение  $P$  и второе равенство из (7) так:

$$M_2 B_3 - M_3 B_2 = -2C_1 \sin u \cos u. \quad (9)$$

Из-за того, что на две проекции момента имеется лишь одно соотношение, одну из проекций можно выбрать произвольно. Будем задавать  $M_3$ ,  $M_2$  затем получается из соотношения (9). Предположим, что третья компонента дипольного момента постоянна и равна  $M_3^*$ . Тогда из второго уравнения (6) для первой компоненты получаем  $M_1 = M_3^* \cos u / (2 \sin u)$ , то есть над экватором требуемый управляющий дипольный момент обращается в бесконечность. Чтобы избежать этого, будем выбирать  $M_3$  пропорционально  $\sin u$ , а именно

$$M_3 = kf \sin u. \quad (10)$$

Из формулы (9) имеем

$$M_2 = \left( -\frac{1}{2}kfB_0 \cos i + C_1 \cos u \right) / B_0 \sin i, \quad (11)$$

из второго соотношения в (6) —

$$M_1 = \frac{B_1}{B_3} M_3 = -\frac{1}{2}kf \cos u. \quad (12)$$

Выбор  $f$  представляет некоторую свободу в построении управления. Например, положив  $f = -2 \sin i B_0$ , получим  $M_3 = kB_3$ . Именно этот вариант будем использовать далее.

Так как известно значение переменной  $P$  из (8), то, разрешая это равенство относительно  $\Omega_1$ , получаем выражение для угловой скорости спутника

$$\Omega_{1ref} = \frac{1}{A} (-J_f \Omega_f + C_1 \cos^2 u), \quad (13)$$

где скорость вращения маховика относительно корпуса спутника  $\Omega_f$  есть управляющий параметр, которым можно регулировать скорость вращения корпуса спутника. Из последнего равенства (6) получаем квадратуру

$$\gamma_{ref} = \int_0^u \Omega_{1ref} du.$$

После подстановки сюда выражения (13) с заданным законом изменения относительной скорости маховика в зависимости от времени и уточнения входящих в это выражение постоянных интегрирования получим зависимость угла  $\gamma$  поворота спутника вокруг его оси симметрии от времени. Это теоретически позволит пересчитать значения проекций магнитного момента токовых катушек на полусвязанные оси в оси связанной со спутником системы координат и тем самым решить задачу реализации магнитного управляющего момента.

### Обеспечение асимптотической устойчивости и реализация управления с помощью магнитной системы

Управление (10)–(12) получено в полусвязанной системе координат. Для его реализации на борту спутника требуется перевод полученных моментов в связанную систему. Это сопряжено с вычислением угла  $\gamma$ . Однако на практике для описания ориентации используется кватернион и иногда — матрица направляющих косинусов. Определить по ним угол  $\gamma$  однозначно нельзя. Чтобы обойти эту проблему, рассмотрим движение вблизи требуемой ориентации. В этом случае

$$\begin{aligned} \sin \gamma &\approx -a_{32} = \cos \beta \sin \gamma, \\ \cos \gamma &\approx a_{22} = \cos \beta \cos \gamma. \end{aligned}$$

Тогда вместо (10)–(12) создается дипольный момент

$$\begin{aligned} m_1 &= M_1, \\ m_2 &= M_2 \cos \beta \cos \gamma + M_3 \cos \beta \sin \gamma, \\ m_3 &= -M_2 \cos \beta \sin \gamma + M_3 \cos \beta \cos \gamma. \end{aligned} \quad (14)$$

При численном моделировании будем использовать именно это управление, несмотря на то что

оно близко к требуемому только в окрестности заданной ориентации. Переходя снова в полусвязанную систему, в которой удобнее проводить анализ уравнений движения, имеем

$$\begin{aligned} m_1^{(ПСК)} &= M_1, \\ m_2^{(ПСК)} &= M_2 \cos \beta, \\ m_3^{(ПСК)} &= M_3 \cos \beta. \end{aligned}$$

Это управление тем больше отличается от (10)–(12), чем дальше аппарат от требуемой ориентации (в смысле вращения вокруг местной вертикали на угол  $\beta$ ).

Для обеспечения асимптотической устойчивости положения равновесия, созданного с помощью управления (10)–(12), введем демпфирующий управляющий момент

$$\mathbf{M} = -k_w(\mathbf{w}_x \times \mathbf{B}_x) \times \mathbf{B}_x / |\mathbf{B}|^2, \quad (15)$$

где угловая скорость движения относительно опорной ориентации задается соотношением

$$\mathbf{w}_x = \begin{pmatrix} \omega_1/\omega_0 - \Omega_{1ref} - \sin \beta \\ \omega_2/\omega_0 - \cos \beta \cos \gamma \\ \omega_3/\omega_0 + \cos \beta \sin \gamma \end{pmatrix}.$$

В выражении (15) проводится нормировка на величину вектора геомагнитной индукции. Обычно в таких случаях оказывается достаточным провести нормировку на  $B_0$ . Однако величина вектора геомагнитной индукции меняется в два раза при движении спутника по орбите. В силу высокой скорости закрутки спутника и ошибки управления, вызванной самим фактом его реализации магнитной системой, управление оказывается чувствительным к его величине. Более того, нормировка необходима не только в дипольном, но и в механическом моментах. Таким образом, для реализации управления катушками необходимо производить «настройку» коэффициента усиления, фактически используя при формировании управляющих воздействий катушками вместо  $k_w$  новый коэффициент  $K_w = k_w / |\mathbf{B}|^2$ . При подборе коэффициентов усиления удобнее, однако, искать именно постоянный параметр  $k_w$ . Процесс исследования устойчивости и подбора коэффициентов приведен в [10].

## Численное моделирование

Примем следующие параметры спутника:

– тензор инерции спутника ТНС-0 № 2

$$\begin{pmatrix} 0,06669 & -0,00013 & -0,00012 \\ -0,00013 & 0,06153 & -0,00033 \\ -0,00012 & -0,00033 & 0,01287 \end{pmatrix} \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

при этом аппарат более не является осесимметричным, однако, закрутка по-прежнему осуществляется вокруг оси максимального момента инерции;

– высота орбиты 350 км, наклонение  $51^\circ$  (запуск с борта МКС);

– момент инерции маховика  $5 \cdot 10^{-4}$  кг·м<sup>2</sup>, начальная скорость вращения  $100\omega_0$  и равномерно увеличивается на  $\omega_0$  в секунду до величины  $\Omega_{ном} = 30\,000\omega_0$  (кинетический момент маховика около 0,016 Н·м);

– параметры управления  $k = 1,2 \cdot 10^3$  Н·м/с × Тл<sup>2</sup>,  $k_w = 1,6 \cdot 10^{-4}$  Н·м/Тл<sup>2</sup>.

Из (13) видно, что скорость закрутки аппарата складывается из двух компонентов. Это постоянная скорость, пропорциональная скорости вращения маховика, и периодическая часть, зависящая от начальных условий через постоянную  $C_1$ . Подбор начального условия движения с высокой точностью невозможен. В управлении пренебрежем начальной скоростью закрутки аппарата, так что  $C_1 = J_f \Omega_f(0)$ . Тогда управление должно обеспечивать вращение с постоянной скоростью, отклонения от которой могут быть вызваны действием возмущающих моментов (включая член  $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}$  в уравнениях движения для несимметричного спутника) и ошибками в реализации управления, описанными в предыдущем разделе. Результат моделирования приведен на рис. 2.

На первом графике изображена скорость вращения вокруг оси максимального момента инерции. Скорость возрастает за счет раскрутки ротора до номинального значения его оборотов. Параллельно с закруткой магнитное управление успешно справляется с задачей гашения угловой скорости аппарата. К моменту выхода ротора на рабочий режим аппарат также выходит на режим вращения. Ошибка поддержания скорости вращения  $\Omega_{1rel}$ , выраженная в единицах орбитальной скорости (второй график), не превышает двойной

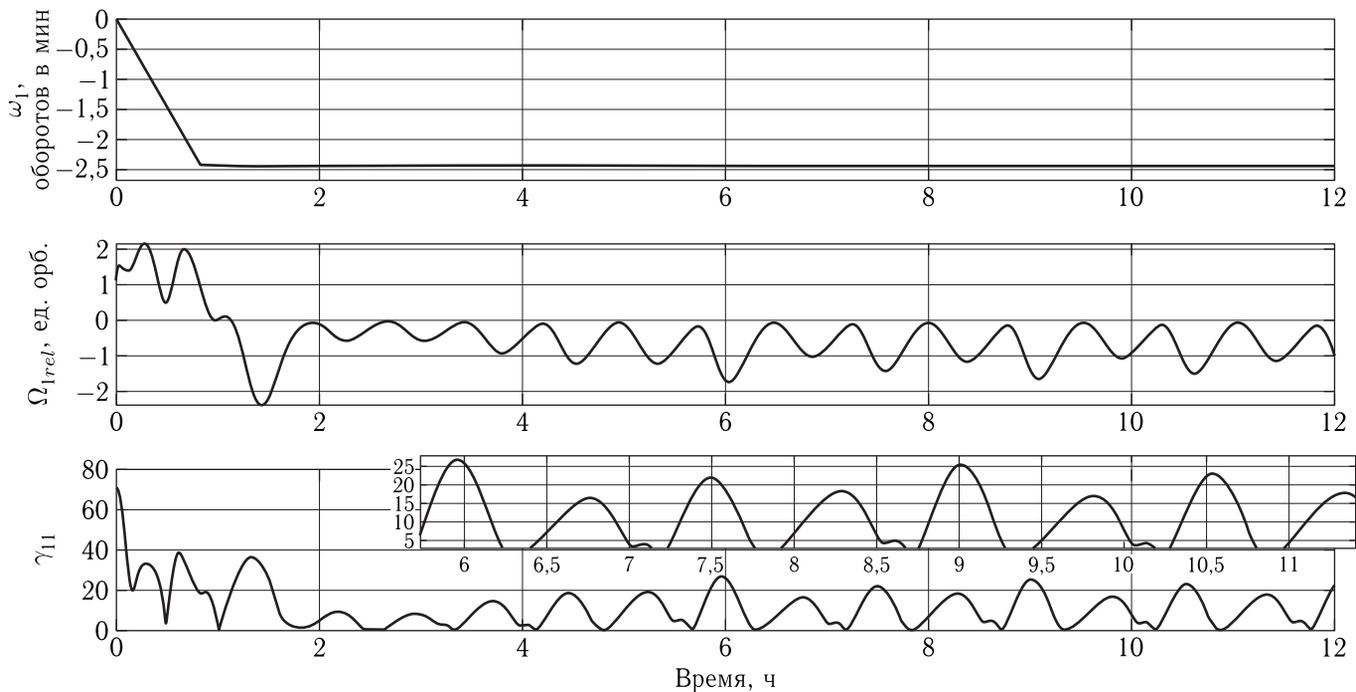


Рис. 2. Стабилизация несимметричного аппарата

орбитальной скорости. Точность поддержания оси вращения вдоль касательной к орбите, выраженная через  $\gamma_{11} = a \cos(a_{11})$  — угол между первыми осями ОСК и ССК, составляет в основном  $20\text{--}25^\circ$ . При этом наблюдаются периодические колебания с двойным орбитальным периодом. Отметим, что точность ориентации оси вращения весьма мала. Это накладывает ограничения на целевое использование рассматриваемого режима движения аппарата с конкретной полезной нагрузкой. Такой режим, характеризуемый низкой точностью ориентации, но высокой скоростью вращения, может быть пригоден для сбора большого объема данных о климатообразующих факторах атмосферы и оперативного создания соответствующих карт для их последующего уточнения аппаратами, имеющими более серьезные возможности.

Отметим, что невысокая точность во многом обусловлена отличием аппарата от осесимметричного. Так, для осесимметричного аппарата точность поддержания ориентации оси вращения составляет около  $5^\circ$ . Можно сказать, что это предельная точность, обусловленная ошибками реализации управления (14) вместо (10)–(12) и демпфирующего момента (15) вместо модельного демпфирования

$M = -k\omega$ . Эти особенности, связанные с природой реализации управляющего момента магнитными катушками и методикой построения управления в полусвязанной системе координат, являются неотъемлемой частью предложенного управления.

Интересно рассмотреть влияние на аппарат возмущающего момента. Будем считать, что последний имеет постоянные и нормально распределенные в связанных осях компоненты на уровне  $10^{-8}$  Н·м/с. Величина такого возмущающего момента сравнима с величиной гравитационного. Результат моделирования приведен на рис. 3.

Периодический характер движения нарушается, точность поддержания ориентации в целом оказывается заметно выше, на уровне около  $15^\circ$ , с кратковременными ухудшениями точности до  $25^\circ$ . Этот эффект вызван случайной компонентой возмущающего момента, постоянная компонента не оказывает заметного влияния на движение аппарата. Случайное возмущение не позволяет аппарату выйти на режим периодических колебаний, как это происходит на рис. 2. В результате алгоритм управления работает более эффективно, приближая ось вращения к требуемому направлению со все возрастающей точностью, однако дальнейшее поддержание

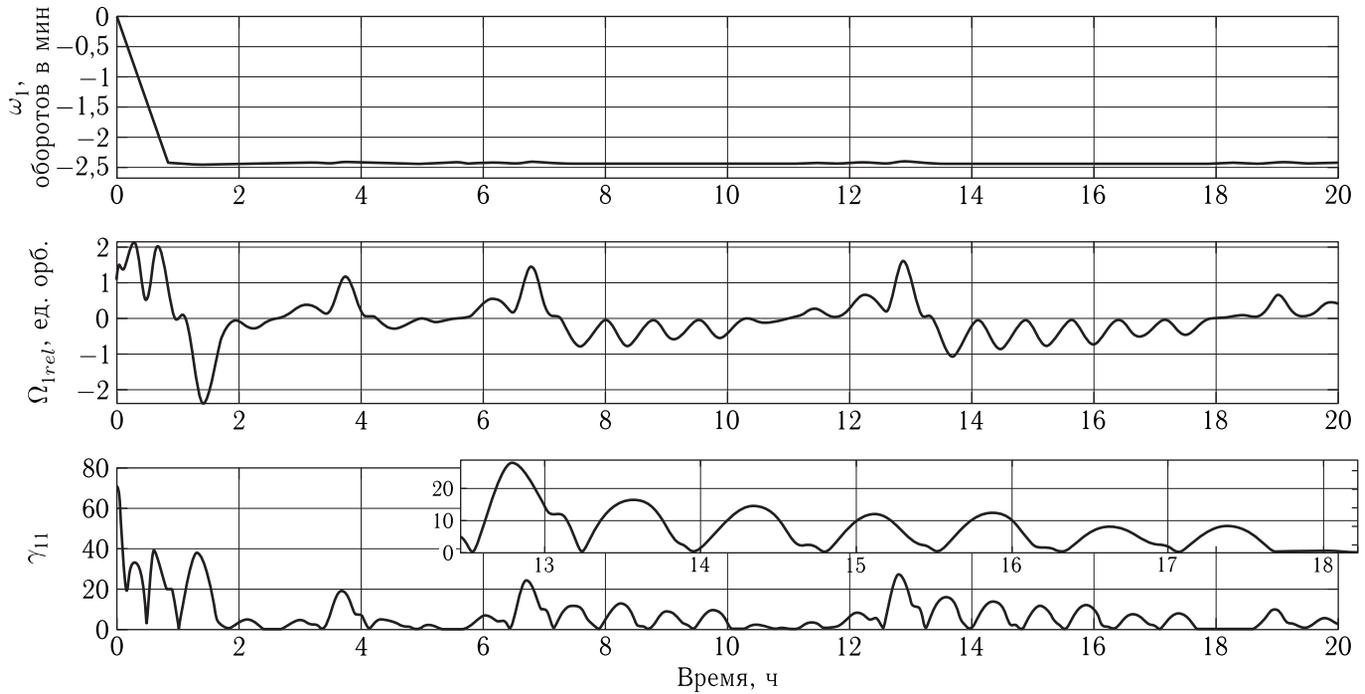


Рис. 3. Влияние возмущающего момента

оказывается недоступным магнитной системе и точность стабилизации резко ухудшается. Движение оказывается близким к периодическому с четырехкратным орбитальным периодом.

Наконец, рассмотрим влияние ошибки определения текущей ориентации аппарата, предполагая, что ориентация известна с точностью около  $1^\circ$  (нормально распределенная ошибка на уровне  $1^\circ$ , и постоянная ошибка на уровне  $0,1^\circ$ ) и  $10^{-3} \text{ }^\circ/\text{с}$  (нормально распределенная ошибка на уровне  $10^{-3} \text{ }^\circ/\text{с}$ , и постоянная ошибка  $10^{-4} \text{ }^\circ/\text{с}$ ).

Из рис. 4 видно, что точность поддержания скорости вращения и ориентации оси вращения заметно ухудшились. При этом увеличение ошибки в поддержании скорости сопровождается ухудшением точности поддержания ориентации оси вращения. Увеличение ошибки в поддержании скорости означает увеличение суммарного кинетического момента системы. Этот эффект проявляется и при увеличении оборотов ротора в номинальном режиме. Так, при скорости вращения ротора  $100\,000 \omega_0$  точность поддержания скорости вращения аппарата на уровне около 8 оборотов в минуту составляет  $3,5 \omega_0$ , точность поддержания оси вращения —  $50^\circ$ . Фактически из-за увеличения ско-

рости вращения ротора и соответствующей скорости вращения аппарата снова увеличивается суммарный кинетический момент системы, обусловленный ошибками реализации управления и возмущающими факторами. Магнитная система ориентации оказывается неспособна переориентировать кинетический момент в пространстве с требуемой скоростью. При дальнейшем увеличении скорости ротора оказывается возможным лишь поддержание скорости вращения вокруг оси максимального момента инерции. Ориентация этой оси по касательной к орбите невозможна. Вместо этого аппарат ориентируется осью вращения по нормали к плоскости орбиты, что соответствует движению аппарата с тангажным маховиком (спутник с двойным вращением).

### Заключение

В работе рассмотрено управление ориентацией быстро закрученного вокруг одной главной оси спутника с помощью магнитных катушек и ротора. Предложен алгоритм управления магнитными катушками, обеспечивающий положение равновесия при совпадении оси вращения с вектором

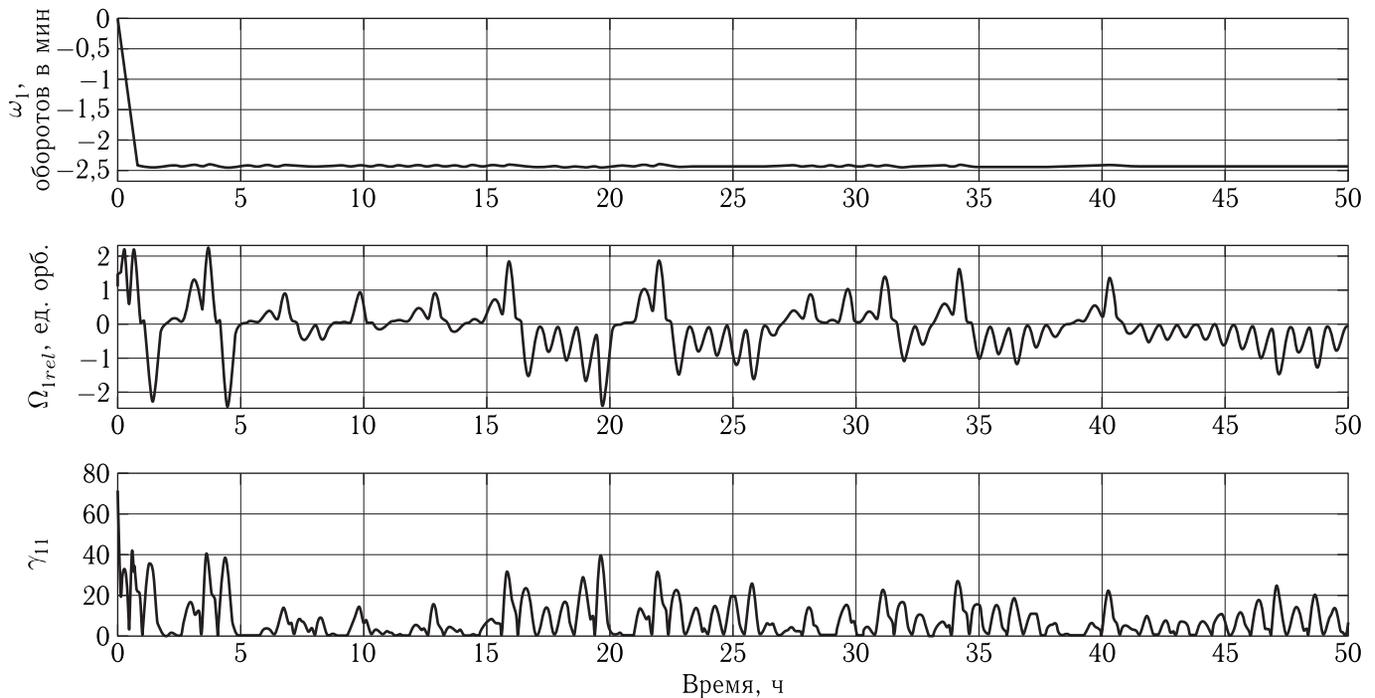


Рис. 4. Влияние ошибок определения ориентации

орбитальной скорости при движении по круговой орбите. Рассмотрены вопросы устойчивости и практической реализации предложенного управления с помощью магнитной системы. Проведено численное моделирование. Показано, что поддержание вращения вокруг требуемой оси с высокой, до нескольких десятков оборотов в минуту скоростью возможно. При скоростях в несколько оборотов в минуту скоростью также возможно поддержание направления оси вращения по вектору орбитальной скорости с точностью около  $10\text{--}20^\circ$ .

## Список литературы

1. Селиванов А. С. Разработка и летные испытания первого российского технологического наноспутника ТНС-0 №1 // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы, 2015, т. 2, №2. С. 74–90.
2. Биндель Д. и др. Наноспутник GRESAT. Общее описание // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, 2009, №21. 35 с.
3. Карпенко С. О. и др. Система ориентации первого российского наноспутника ТНС-0 №1 // Космические исследования, 2010, т. 48, №6. с. 532–540.
4. Иванов Д. С. и др. Система ориентации наноспутника ТНС-0 №2 // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, 2017, №118. 20 с.
5. Иванов Д. С. и др. Угловое движение наноспутника ТНС-0 №2 после запуска с борта Международной космической станции // Космические исследования, 2019, т. 57, №4. С. 290–307.
6. Alfrend K. T. Magnetic attitude control system for dual-spin satellites // AIAA Journal, 1975, vol. 13, №6. P. 817–822.
7. de Ruiter A. Magnetic Control of Dual-Spin and Bias-Momentum Spacecraft // Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, vol. 35, №4. P. 1158–1168.
8. Stickler A. C., Alfrend K. T. Elementary Magnetic Attitude Control System // Journal Spacecraft and Rockets, 1976, vol. 13, №5. P. 282–287.
9. Ovchinnikov M. Y. et al. Geomagnetic field models for satellite angular motion studies // Acta Astronautica, 2018, vol. 144. P. 171–180.
10. Ovchinnikov M. Y. et al. Single axis stabilization of a fast rotating satellite in the orbital frame using magnetorquers and a rotor // Acta Astronautica, 2020, vol. 173. P. 195–201.