

## Применение вейвлет-преобразований для анализа и сжатия телеметрических данных вибрационных процессов

**Т. Т. Мамедов**, к. т. н., [tamedov.tt@spacecorp.ru](mailto:tamedov.tt@spacecorp.ru)

АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация

**И. Р. Губайдуллин**, [contact@spacecorp.ru](mailto:contact@spacecorp.ru)

АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация

**Д. И. Косарев**, [contact@spacecorp.ru](mailto:contact@spacecorp.ru)

АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация

**В. В. Орешко**, [tm016@spacecorp.ru](mailto:tm016@spacecorp.ru)

АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация

**Аннотация.** Данная статья относится к области теории обработки информации на примере оценки применения вейвлет-преобразования для анализа и сжатия телеметрических данных вибрационных процессов. Отражены результаты применения вейвлет-алгоритмов сжатия на моделированных телеметрических данных измерений вибрационных процессов на борту ракеты-носителя во время выхода на орбиту. Такие процессы являются нестационарными, и характеристики вибрации значительно варьируются для различных участков полета. Для анализа были выбраны четыре участка полета, характеризующиеся различной степенью нестационарности. Смоделированные временные ряды подвергались вейвлет-преобразованию, полученные вейвлет-коэффициенты квантовались, и по ним восстанавливались исходные временные ряды, далее производилась оценка качества восстановления. В качестве базового вейвлета произвольным образом был выбран вейвлет Добеши 10-го порядка. В ходе исследования было показано, что рассмотренный в статье вейвлет Добеши 10-го порядка не является оптимальным для преобразования телеметрических данных нестационарных вибрационных процессов, но принципиально возможно эффективное применение вейвлетов для задач сжатия сигналов широкополосных вибрационных процессов при реализации адаптивных алгоритмов оценки стационарности вибрации на борту.

**Ключевые слова:** вейвлет-преобразование, сжатие данных, телеметрия, вибрационный процесс, вейвлет Добеши

## Application of Wavelet Transforms for Analysis and Compression of Telemetric Data of Vibration Processes

**T. T. Mamedov**, *Cand. Sci. (Engineering)*, [tamedov.tt@spacecorp.ru](mailto:tamedov.tt@spacecorp.ru)

Joint Stock Company "Russian Space Systems", Moscow, Russian Federation

**I. R. Gubaidullin**, [contact@spacecorp.ru](mailto:contact@spacecorp.ru)

Joint Stock Company "Russian Space Systems", Moscow, Russian Federation

**D. I. Kosarev**, [contact@spacecorp.ru](mailto:contact@spacecorp.ru)

Joint Stock Company "Russian Space Systems", Moscow, Russian Federation

**V. V. Oreshko**, [tm016t@spacecorp.ru](mailto:tm016t@spacecorp.ru)

Joint Stock Company "Russian Space Systems", Moscow, Russian Federation

**Abstract.** This article relates to the field of information processing theory, evaluating the use of wavelet transformation for the analysis and compression of telemetric data of vibration processes. This article reflects the results of applying wavelet compression algorithms on simulated telemetry measurements data of vibration processes on board of a launch vehicle during flight to orbit. Such processes are non-stationary and vibration parameters vary greatly for different flight time intervals. Four time intervals with different degrees of non-stationarity were chosen for analysis. The modelled time series were transformed with wavelet transform. Wavelet coefficients were quantized and used for initial time series recovery, quality of recovery was estimated. A tenth-order Daubechay wavelet was arbitrarily chosen as the base wavelet. In the course of the study, it turned out that the tenth-order Daubechies wavelet is not optimal for converting the telemetric data of the vibration process; however, wavelets may be used effectively for compression of vibration processes data with real time estimation of non-stationarity degree.

**Keywords:** wavelet transform, compressing data, telemetry, vibration process, Daubechies wavelet

Вопросы сжатия информации давно являются актуальными как для систем общего назначения, например для аудио- и видеосистем, так и для более специализированной аппаратуры. В частности, для телеметрических систем, применяемых в ракетно-космической технике, большой интерес представляет сжатие измерений вибрационных и акустических процессов, поскольку именно эти процессы являются быстроменяющимися и занимают значительную часть пропускной способности радиолинии.

Современное многообразие методов сжатия информации обусловлено существенной зависимостью эффективности применяемых алгоритмов от характеристик сжимаемой информации, соответственно алгоритмы сжатия могут быть адаптированы и улучшены с учетом свойств конкретных сигналов.

Использование вейвлет-преобразований для задач анализа вибрационных процессов хорошо исследовано и показывает успешные результаты [1–4]. В нашем случае проводилось исследование эффективности использования вейвлет-преобразований для сжатия телеметрических данных измерений вибрационных процессов. Данные были смоделированы в среде разработки Simulink и представлены дискретными 8-битными отсчетами (рис. 1, а). Далее по тексту будем называть исследуемые теле-

метрические данные исходным сигналом или исходным рядом данных.

Говоря о сжатии, мы подразумеваем такое преобразование цифровой информации, после которого она будет представлена меньшим числом бит, чем в оригинале. В идеальном случае сжатие не должно приводить к искажениям и потерям информации, т. е. должно существовать такое обратное преобразование, которое позволит из сжатых данных точно восстановить оригинальные данные.

В реальности теория информации накладывает конечные пределы на возможности сжатия без потерь [5, 6]. Мерой, определяющей эти пределы, является энтропия, характеризующая непредсказуемость информации и рассчитываемая по следующему выражению:

$$H(S) = - \sum_{k=1}^K P(s_k) \cdot \log_2 P(s_k), \quad (1)$$

где  $S$  — вектор данных, каждый элемент которого может принимать значения  $s_1, s_2, \dots, s_K$  с соответствующей вероятностью  $P(s_1), P(s_2), \dots, P(s_K)$ .

Энтропия может принимать значения в соответствии со следующим неравенством:

$$0 \leq H(S) \leq \log_2 K. \quad (2)$$

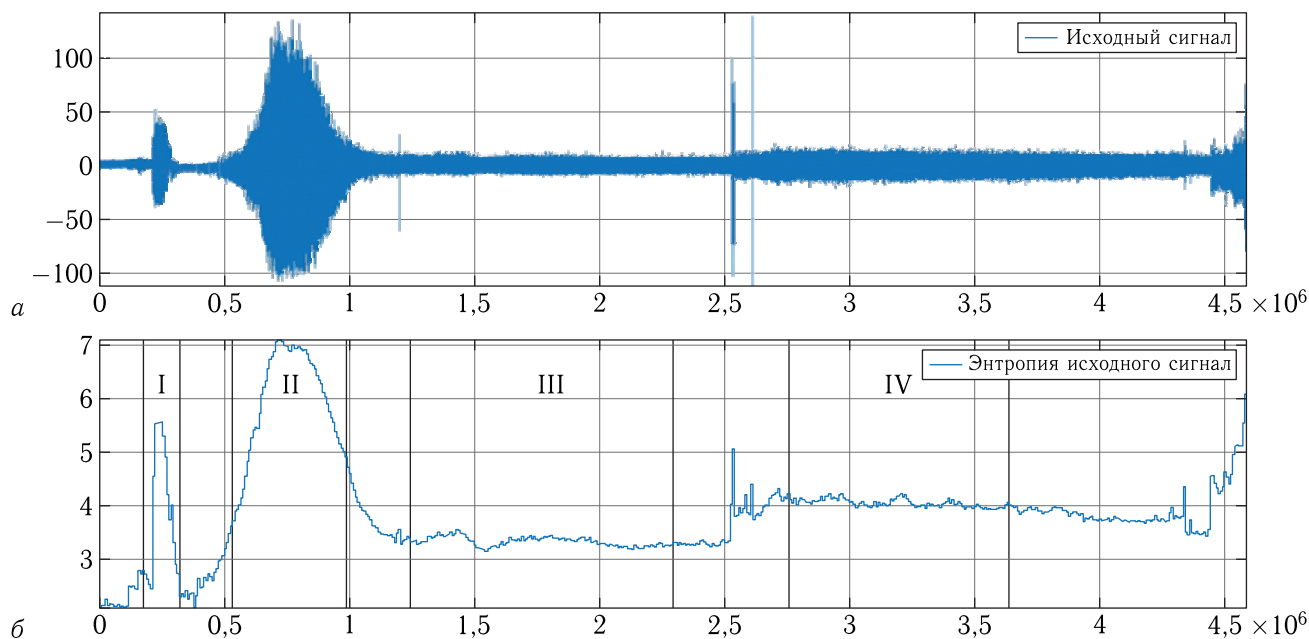


Рис. 1. Исходный сигнал и его энтропия а) исходные телеметрические данные, б) энтропия исходных данных

Максимальное значение энтропии равно минимальному числу бит, необходимому для представления индексов  $1, 2, \dots, K$  в двоичной форме, и достижимо только при условии равновероятного появления любого символа в сообщении. Чем выше энтропия, тем ниже потенциал сжатия информации. В текущей работе верхняя граница энтропии определяется как  $\log_2(2^8) = 8$ . Оценка энтропии исходного сигнала проводилась для блоков данных размером 8192 элемента. Полученные значения представлены на рис. 1, б, выделены четыре участка — I, II, III и IV, представляющие интерес с точки зрения эффективности сжатия.

Прежде чем переходить к описанию методики и результатов исследования, представим краткую справку о вейвлет-преобразованиях. Смысл вейвлет-преобразования заключается в сравнении сигнала с растянутыми, сжатыми и сдвинутыми во времени копиями функции  $\psi(t)$ , называемой материнским вейвлетом. Копии материнского вейвлета называются базисными функциями или вейвлетами и математически определяются следующим выражением:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a \in \mathbb{R}^+, \quad b \in \mathbb{R}. \quad (3)$$

Вейвлеты  $\psi_{a,b} \in L^2(\mathbb{R})$  являются вещественными и колеблются вокруг оси абсцисс. Результатом вейвлет-преобразования функции  $f(t)$  является нахождение коэффициентов преобразования:

$$C(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt. \quad (4)$$

При определенных условиях функция  $f(t)$  может быть реконструирована с помощью коэффициентов  $C(a,b)$  по следующему выражению:

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} C(a,b) \cdot \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \frac{da db}{a^2}. \quad (5)$$

Если через  $\Psi(\omega)$  обозначить преобразование Фурье функции  $\psi(t)$ , то:

$$C_\psi = \int_0^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega. \quad (6)$$

Выражение (5), с одной стороны, позволяет восстановить функцию  $f(t)$  по ее вейвлет-преобразованию, а с другой — позволяет записать  $f(t)$  в виде суперпозиции вейвлетов, т.е. суммы базисных функций  $\psi_{a,b}$  с весами  $C(a,b)$ . Параметры  $a$  и  $b$  называют параметром масштаба (сжатия) и параметром местоположения (сдвига) соответственно [7, 8].

Вышеописанное преобразование называется непрерывным вейвлет-преобразованием. Параметры  $a$  и  $b$  меняются непрерывно, поэтому множество базисных функций избыточно [2]. Устранение избыточности при сохранении возможности восстановления сигнала из его преобразования достигается за счет дискретизации параметров масштаба и сдвига:

$$a = a_0^m, \quad b = nb_0a_0^m, \quad m, n \in \mathbb{Z}, \quad a_0 > 1, \quad b_0 \neq 0. \quad (7)$$

В прямом виде применить непрерывное вейвлет-преобразование на исходный ряд телеметрических данных невозможно. Для этого необходим дискретный аналог непрерывного вейвлет-преобразования, причем простая дискретизация выражений (3)–(6) неприменима. Математическое обоснование перехода от вейвлет-преобразований непрерывных функций к вейвлет-преобразованиям дискретных рядов громоздок и в рамках данной статьи видится неуместным.

Вейвлет-преобразование некоторого ряда  $s$  дискретных значений сводится к субполосной цифровой фильтрации этого ряда в соответствии со схемой, представленной на рис. 2 (детальное обоснование этого вопроса описано в [1, 2]).

Такой процесс называется декомпозицией сигнала. Уровень декомпозиции зависит от длины блока данных, подвергаемых вейвлет-преобразованию. Алгоритм обратной процедуры — реконструкции, позволяющей по коэффициентам  $sA_j$  и  $sD_j$  восстановить исходный дискретный ряд, представлен на рис. 3. Фильтры ФНЧд, ФВЧд, ФНЧг, ФВЧг определяются выбором вейвлет-функции.

Полученные в результате вейвлет-преобразования коэффициенты будут обладать иной энтропией, нежели исходный сигнал, а в случае их загробления или обнуления энтропия может быть существенно ниже, чем в исходном сигнале. Тогда пределы сжатия будут определяться допустимыми искажениями восстановленного сигнала.

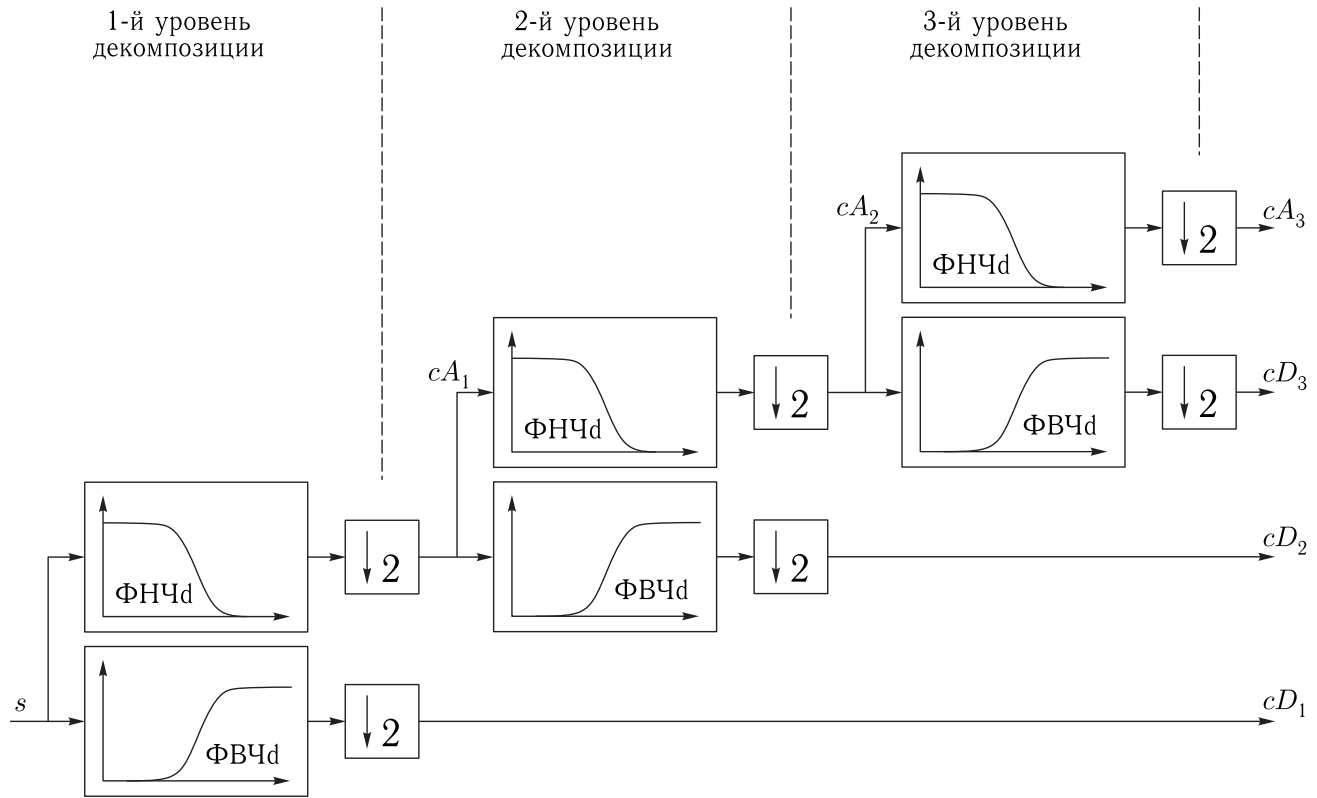


Рис. 2. Схема субполосной цифровой фильтрации

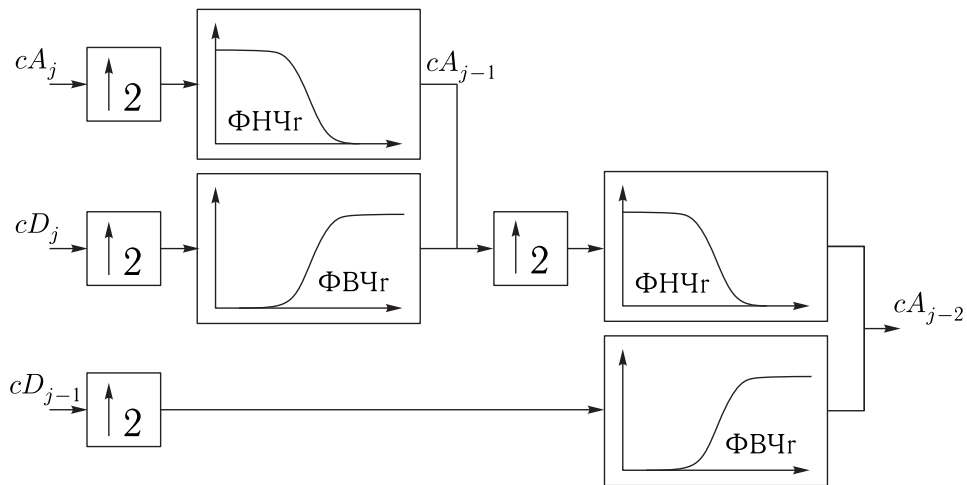
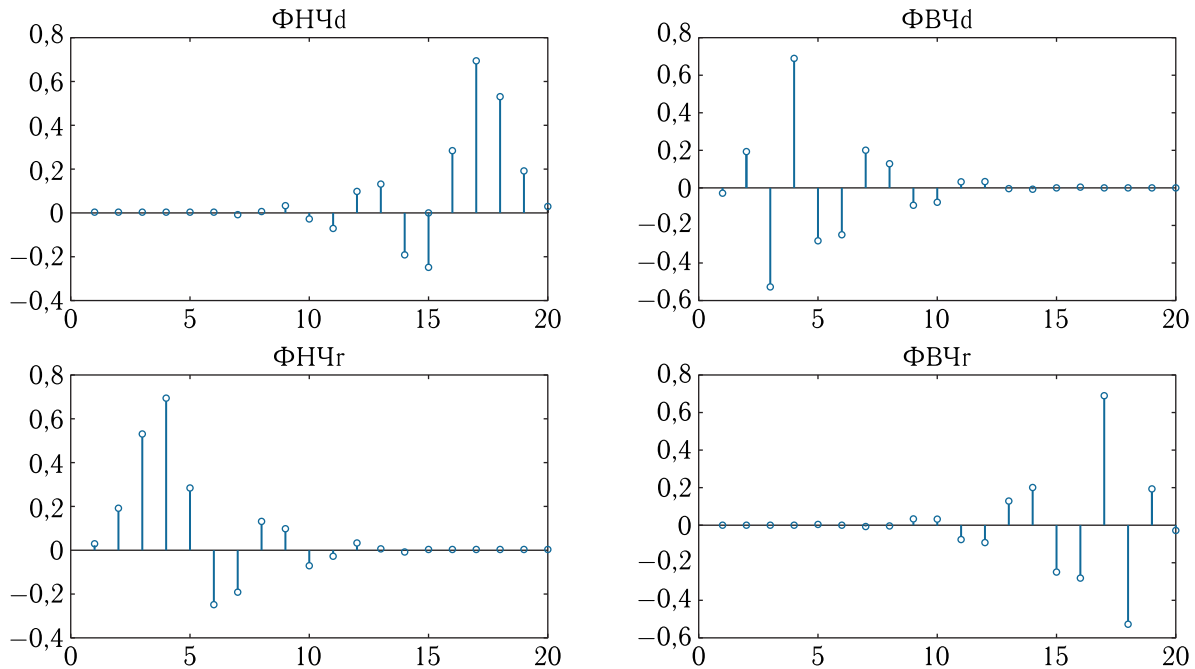


Рис. 3. Структурная схема вейвлет-преобразования ряда дискретных значений (сверху) и восстановления ряда дискретных значений по коэффициентам вейвлет-преобразования (снизу)

В рамках данной работы был выбран вейвлет Добеши 10-го порядка (далее по тексту DB10), коэффициенты фильтров которого представлены на рис. 4 (коэффициенты для вейвлетов Добеши иных порядков могут быть рассчитаны, например, с ис-

пользованием рекомендаций [5,6]). Выбор вейвлета был осуществлен произвольным образом.

Исходный сигнал делился на блоки длиной  $2^n$ , где степень  $n$  принимала целочисленные значения от 8 до 15 включительно. Каждый блок подвер-



|      |             |             |             |             |             |             |             |             |             |             |
|------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| ФНЧd | -0,00001326 | -0,00009359 | -0,00011647 | -0,00068586 | -0,00199241 | -0,00139535 | -0,01073318 | -0,00360655 | -0,03321267 | -0,02945754 |
|      | -0,07139415 | -0,09305736 | -0,12736934 | -0,19594627 | -0,24984642 | -0,28117234 | -0,68845904 | -0,52720119 | -0,18817680 | -0,02667006 |
| ФВЧd | -0,02667006 | -0,18817680 | -0,52720119 | -0,68845904 | -0,28117234 | -0,24984642 | -0,19594627 | -0,12736934 | -0,09305736 | -0,07139415 |
|      | -0,02945754 | -0,03321267 | -0,00360655 | -0,01073318 | -0,00199241 | -0,00068586 | -0,00011647 | -0,00009359 | -0,00001326 |             |

Рис. 4. Фильтры декомпозиции и реконструкции для вейвлета Добеши 10-го порядка

гался преобразованию с использованием вейвлета DB10. Полученные коэффициенты  $cD_j$  квантовались, сравнивались с пороговым значением  $THR$  и обнулялись в случае выполнения неравенства:

$$cD_j \leq THR. \quad (8)$$

В рамках данной работы значение  $THR$  варьировалось от 0 до 15. Далее по полученным вейвлет-коэффициентам производилось восстановление сигнала с оценкой эффективности сжатия и качества восстановления сигнала.

Количественная оценка эффективности сжатия вычислялась как процентное отношение вейвлет-коэффициентов, равных нулю, к общему количеству вейвлет-коэффициентов:

$$K_{\text{COMP}} = \frac{100 \cdot (\text{число нулевых вейвлет-коэффициентов})}{(\text{общее число вейвлет-коэффициентов})}. \quad (9)$$

Качество восстановления сигнала оценивалось как процентное отношение норм 2-го порядка спек-

тров исходного и восстановленного сигнала.

$$K_{\text{REC}} = \frac{100 \cdot \|\text{Спектр восстановленных данных}\|^2}{\|\text{Спектр исходных данных}\|^2}. \quad (10)$$

Спектры рассчитывались для третьоктавных диапазонов с центральными частотами из ряда от 20 до 2000 Гц.

На рис. 5 представлены зависимости качества сжатия ( $K_{\text{COMP}}$ ) и эффективности восстановления сигнала ( $K_{\text{REC}}$ ) от порога обнуления вейвлет-коэффициентов  $THR$ .

Из анализа полученных графиков следует выделить следующие свойства применения вейвлет-преобразования на исходные данные вибрационных измерений:

- квантование вейвлет-коэффициентов вносит незначительные неустраняемые искажения в спектр сигнала; этим объясняется тот факт, что при нулевом значении  $THR$  процентное отношение норм 2-го порядка спектров исходного и восстановленного сигнала не равно 100%;

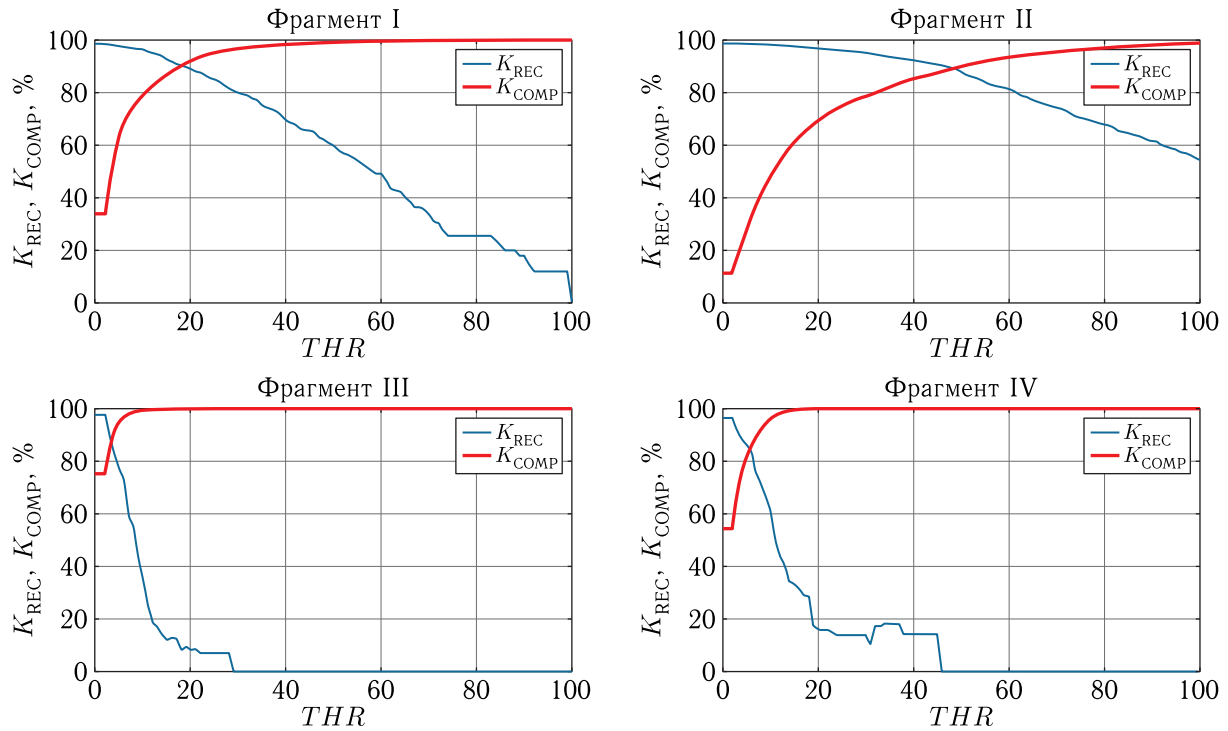


Рис. 5. Эффективность сжатия и качество восстановления спектров

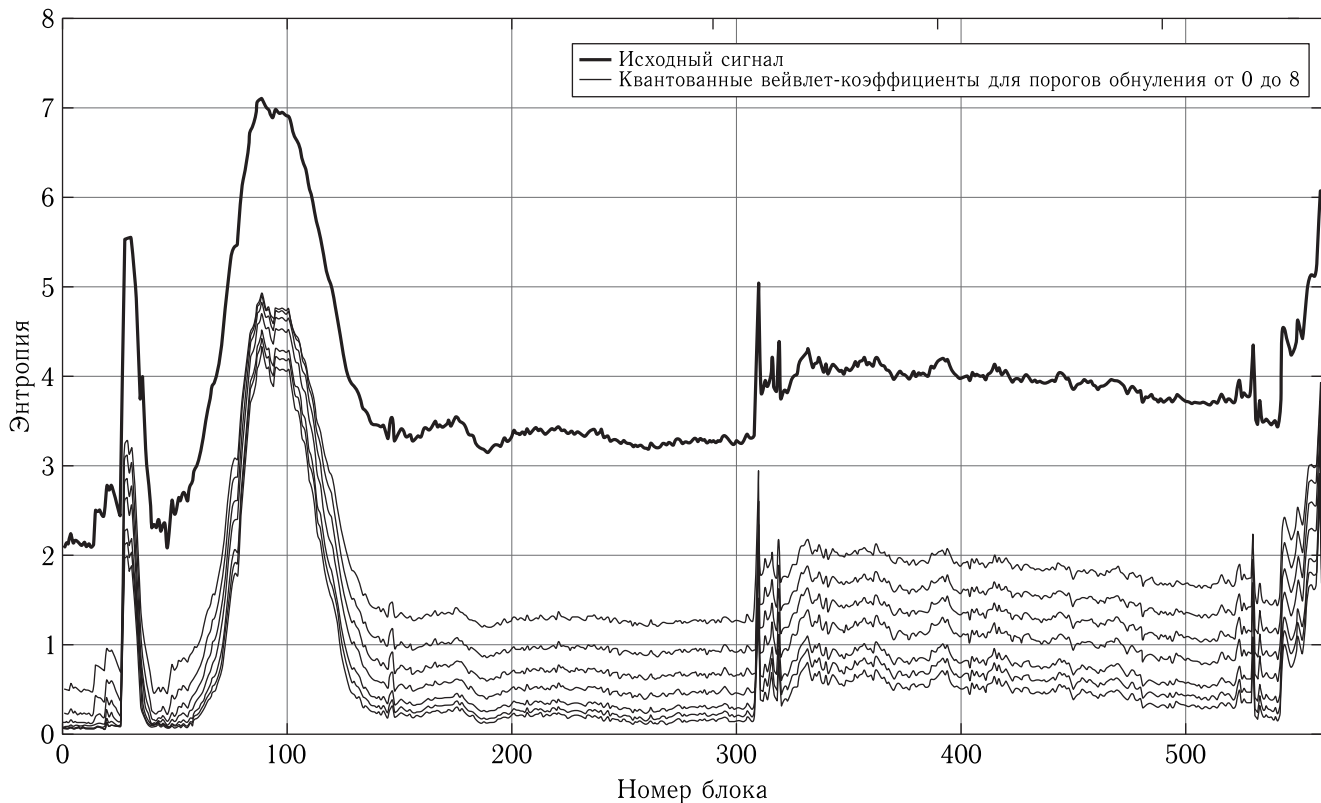


Рис. 6. Энтропия исходного сигнала и вейвлет-коэффициентов, рассчитанная для блоков размером 8192 отсчета

– с увеличением порога обнуления  $THR$  от нуля до трех значения  $K_{\text{СОМР}}$  и  $K_{\text{РЕС}}$  остаются неизменными, и это также связано с квантованием вейвлет-коэффициентов;

– в зависимости от исследуемого фрагмента значения  $K_{\text{СОМР}}$  и  $K_{\text{РЕС}}$  имеют существенно различные начальные значения (при  $THR = 0$ ) и с увеличением порога обнуления  $THR$  изменяются с разной скоростью.

Обобщением полученных в ходе эксперимента результатов являются графики, представленные на рис. 6, где показано, каким образом соотносятся энтропия коэффициентов вейвлет-преобразования с энтропией исходного сигнала.

Из рис. 6 видно, что энтропия преобразованных данных даже при нулевом пороге обнуления  $THR$  существенно ниже энтропии исходного ряда. Таким образом, хотя вейвлет-преобразование само по себе не осуществляет сжатия информации, оно позволяет привести ее к виду, обладающему существенно лучшим потенциалом для сжатия.

Подводя итоги данной статьи, скажем:

– применение вейвлет-преобразований с целью сжатия (как с потерями, так и без) телеметрических данных является перспективным;

– в данной работе применялся вейвлет Добеши 10-го порядка, который был выбран произвольным образом, и не является оптимальным для преобразования вибрационных данных, поэтому дальнейшие исследования должны быть направлены на поиск более подходящего вейвлета;

– существенные отличия результатов применения вейвлет-преобразования на различных фрагментах исходного телеметрического ряда требуют более детального исследования и разработки адап-

тивного алгоритма с использованием вейвлет-преобразования, основанного на оценке характеристик сигнала в реальном времени.

## Список литературы

1. Ефанов В. Н., Китабов А. Н. Количественная оценка степени развития дефектов погружного электрооборудования на основе вейвлет-преобразования сигнала вибрации // Электротехнические и информационные комплексы и системы, 2014, т. 10, № 2. С. 29–38.
2. Wang W.J. Wavelet Transform in Vibration Analysis for Mechanical Fault Diagnosis // Shock and Vibration, 2006, vol. 3, no. 1. P. 17–26.
3. Nizwan C.K.E., Ong S.A., Yusof M.F.M. and Baharom M.Z. A wavelet decomposition analysis of vibration signal for bearing fault detection // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering 50 (2013).
4. Gen Fan, Wenbin Liu. Application of Wavelet Analysis in the Vibration Signal of Diesel Engine Noise Reduction Techniques // International Conference on Advances in Mechanical Engineering and Industrial Informatics, 2015. P. 208–212.
5. Pearlman W.A., Said A. Digital Signal Compression Principles and Practice, New York: Cambridge University Press, 2011.
6. Chatterjee P. Wavelet Analysis in Civil Engineering, CRC Press, 2015.
7. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 464 с.
8. Воробев В.И., Грибунин В.Г. Теория и практика вейвлет-преобразования. СПб.: Военный университет связи, 1999. 204 с.