

УДК 621.39 DOI 10.30894/issn2409-0239.2019.6.4.32.36

Эффективность применения обобщенного каскадного кода в высокоскоростной радиолинии

А. Н. Ершов, *nkpor@spacecorp.ru*

АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация

С. В. Петров, *petrov_sv@spacecorp.ru*

АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация

Ю. П. Пятошин, *к. ф.-м. н., contact@spacecorp.ru*

АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация

Н. А. Константинов, *contact@spacecorp.ru*

АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация

Аннотация. Предполагается что скорость передачи информации для перспективных радиолиний дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) будет составлять единицы–десятки гигабит в секунду, а вероятность ошибки на блок информации — 10^{-10} – 10^{-15} . Для достижения высоких скоростей передачи информации следует использовать q -ичные ($q > 2$) методы модуляции, а для достижения малых вероятностей ошибок — помехоустойчивые коды. В статье обосновывается целесообразность использования q -ичной кодовой конструкции, предложенной российскими учеными. Эта конструкция — обобщенные коды с локализацией ошибок (ОЛО-коды), являющиеся частным случаем обобщенных каскадных кодов (ОКК-кодов). Важным достоинством ОЛО-кода является использование кодов Рида–Соломона, для которых хорошо отработаны способы построения кодеров и декодеров (как программные, так и на ЭКБ). Кроме того, эта конструкция является очень гибкой по длине кодового блока и кодовой скорости, что позволяет подобрать оптимальный код в каждом конкретном случае. Рассмотрена радиолиния с модуляцией АФМ-16 ($q = 16$) и простейшей конструкцией ОЛО-кода, содержащего блок из 1024 q -ичных символов с кодовой скоростью $R = 0,8$.

Ключевые слова: коды с обобщенной локализацией ошибок (ОЛО-коды), амплитудно-фазовая модуляция (АФМ-16)

Efficiency of Application of Generalized Error-Locating Code in a High-Speed Radio Line

A. N. Ershov, *nkpor@spacecorp.ru*

Joint Stock Company “Russian Space Systems”, Moscow, Russian Federation

S. V. Petrov, *petrov_sv@spacecorp.ru*

Joint Stock Company “Russian Space Systems”, Moscow, Russian Federation

Yu. P. Pyatoshin, *Cand. Sci. (Phys.-Math.), contact@spacecorp.ru*

Joint Stock Company “Russian Space Systems”, Moscow, Russian Federation

N. A. Konstantinov, *contact@spacecorp.ru*

Joint Stock Company “Russian Space Systems”, Moscow, Russian Federation

Abstract. For the future Earth remote sensing (ERS) radio links, it should be assumed that the information transfer rate will be dozens of Gbit/s and the error probability per information block from 10^{-10} to 10^{-15} (this probability may be required, for example, when transmitting compressed data). To achieve the high information transfer rates, q -ary ($q > 2$) modulation methods should be used, and noise-resistant codes should be used to achieve the low error probabilities. The article substantiates the feasibility of using the q -ary code structure proposed by Russian scientists. This structure is generalized error-locating codes (GEL codes), which are a special case of generalized cascade codes (GCC). An important advantage of the GEL code is the use of Reed-Solomon codes, for which methods for constructing encoders and decoders (both software and hardware) are well developed. In addition, this design is very flexible with regard to the length of the code block and code rate, which makes it possible to choose the optimal code in each case. A radio link with APSK-16 modulation ($q = 16$) and the simplest design of the GEL code containing a block of 1024 q -ary characters with a code rate of $R = 0.8$ is considered.

Keywords: generalized error-locating code (GEL code), 16-ary Amplitude and Phase Shift Keying (16 APSK)

Введение

Для перспективных радиолиний дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) следует полагать, что скорость передачи информации будет составлять единицы–десятки гигабит в секунду и вероятность ошибки ($P_{\text{ош}}$) на блок информации — 10^{-10} – 10^{-15} (такая вероятность может потребоваться, например, при передаче «сжатой» информации). В настоящее время для оптических линий связи $P_{\text{ош}} = 10^{-15}$ — норма [1]. Вероятность ошибки 10^{-15} потребуется и при передаче информации в сетях пятого поколения 5G [2].

Для достижения высоких скоростей передачи информации, а также в связи с ограниченностью частотного ресурса следует использовать q -ичные ($q > 2$) методы модуляции, а для достижения малых вероятностей ошибок — помехоустойчивые коды. Широко распространенные двоичные кодовые конструкции могут быть не оптимальны для q -ичных радиолиний.

Поиск и разработка новых кодовых конструкций происходит постоянно, о чем можно судить по трудам ежегодных международных симпозиумов по теории информации IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT).

Представляется целесообразным использование q -ичной кодовой конструкции, предложенной российскими учеными на ISIT-2015 [3] (на русском языке [4]). Эта конструкция — обобщенные коды с локализацией ошибок (ОЛО-коды), являющиеся частным случаем обобщенных каскадных кодов (ОКК-коды) [5, 6].

Конструкция ОЛО-кодов подробно описана в [3] и [4]. Также описаны способы кодирования, декодирования, верхняя и нижняя оценка вероятности ошибки кодового блока, примеры построения кодовых блоков длины (n), равной 1024, 4096, 16 384 бита, кодовых скоростей (R), равных 0,8–0,96. Однако модуляция в радиолинии предполагается QAM-16 [4]. В настоящей статье рассматривается радиолиния с модуляцией АФМ-16 (16 APSK в стандарте DVB-S.2 [7]), которая имеет некоторые практические преимущества по сравнению с QAM-16.

Вероятность ошибки АФМ-16

Энергетические характеристики различных созвездий сигналов изучал и описывал В.Л. Банкет

[8, 9]. В их числе и созвездие АФМ-16, которое представлено в стандарте DVB-S.2 (см. Fig. 11 в [7]). Это созвездие (см. рис. 1) содержит 4 ФМ-сигнала, расположенных на малом круге радиуса R_1 , и 12 ФМ-сигналов, расположенных на большом круге радиуса R_2 , и далее будет именоваться АФМ-16 (4,12).

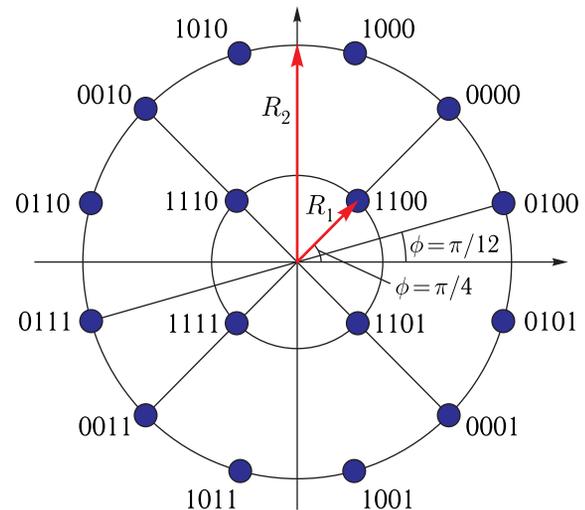


Рис. 1. Созвездие АФМ-16 (4,12)

К сожалению, формулу для расчета вероятности ошибки сигнала этого созвездия от отношения сигнал/шум В.Л. Банкет не приводит. Поэтому, используя его методику вывода формул для других созвездий сигналов, нами была получена следующая формула для АФМ-16 (4,12) (вывод формулы не приводим ввиду его громоздкости):

$$P_{\text{ош}} \leq 2V \left(0,58 \sqrt{\frac{2E_{\text{бср}}}{N_0}} \right), \quad V(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_E^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad (1)$$

где $P_{\text{ош}}$ — вероятность ошибки сигнала;

$E_{\text{бср}}$ — средняя энергия бита информации (сигнал содержит 4 бита);

N_0 — спектральная плотность аддитивного белого гауссовского шума, действующего в канале;

$V(X)$ — табличный интеграл (например, [10]).

При вероятностях ошибки более 10^{-6} можно пользоваться таблицами, приведенными в [10], а при меньших вероятностях ошибки — использовать асимптотическую формулу

$$V(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} \exp \left\{ -\frac{X^2}{2} \right\} \left[1 + \frac{r_1}{X^3} \right], \quad \text{где } |r_1| < 1,$$

полученную с использованием разложения в ряд интеграла вероятности [11]:

$$\Phi(X) = 1 - V(X).$$

Кодовая конструкция

Кодовая конструкция ОЛО-кода базируется на кодах Рида–Соломона [12]. Подробно эта кодовая конструкция рассмотрена в [4]. В настоящей статье оценена эффективность применения простейшей из этих конструкций, содержащей 1024 q -ичных ($q = 16$) символов и представленной схематично на рис. 2.

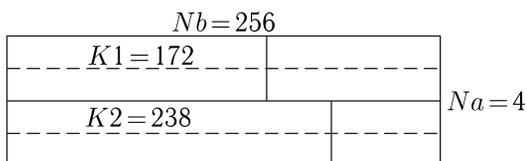


Рис. 2. Пример конструкции ОЛО-кода

Она содержит два внешних кода:

– 1-й внешний (B1) код РС (256,172) с элементами поля Галуа $GF(2^8)$ и кодовым расстоянием $d_1^B = 85$;

– 2-й внешний (B2) код РС (256,238) с элементами поля Галуа $GF(2^8)$ и кодовым расстоянием $d_2^B = 19$

и один внутренний код (A1):

– код РС (4,2) с элементами поля Галуа $GF(2^4)$ и кодовым расстоянием $d_1^A = 3$.

Данная кодовая конструкция имеет кодовое расстояние $d \geq \min\{d_1^B, d_1^A \cdot d_2^B\} = 57$, кодовую скорость $R = 0,8$ и содержит $n = 1024$ q -ичных символов ($q = 16$).

Энергетическая эффективность и сложность реализации ОЛО-кода

Достоинство предложенных ОЛО-кодов заключается, в частности, в том, что используются аналитические методы оценки вероятности ошибки кода в радиолинии [4], так как при малых вероятностях ошибки (10^{-15}) имитационное моделирование становится невозможным.

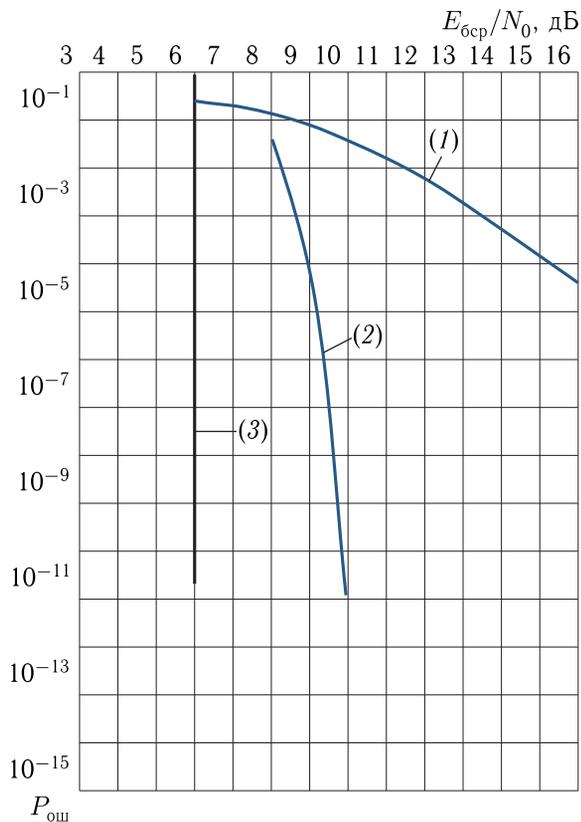


Рис. 3. (1) — вероятность ошибки q -ичного символа ($q = 16$) в радиолинии с модуляцией АФМ-16 (4,12); (2) — вероятность ошибки блока ОЛО-кода из 1024 q -ичных символов ($q = 16$); (3) — граница Шеннона ($q = 16$)

На рис. 3 представлены кривые:

(1) — вероятность ошибки q -ичного символа ($q = 16$) в радиолинии с модуляцией АФМ-16 (4,12), полученная с использованием формулы (1). При этом, так как искажение q -ичного символа приводит к искажению 1, 2, 3 или 4 бит, очевидно, что вероятность искажения бита информации превышает вероятность ошибки q -ичного символа не более чем в 4 раза;

(2) — вероятность ошибки блока ОЛО-кода из 1024 q -ичных символов ($q = 16$), описанного выше. Эта вероятность получена с использованием численных результатов, полученных в [3];

(3) — граница Шеннона для $q = 16$ (см., например, [12]).

Важным достоинством рассмотренного ОЛО-кода является использование кодов Рида–Соломона, для которых хорошо отработаны способы

построения кодеров и декодеров как программные, так и на электронной компонентной базе (ЭКБ).

Дополнительный энергетический выигрыш по сравнению с рассмотренной простейшей конструкцией ОЛО-кода, содержащего три кода Рида-Соломона (и, соответственно, два слоя [4]), можно получить, увеличивая число слоев ОЛО-кода или используя мягкое декодирование внутренних кодов [2]. При этом, естественно, увеличится сложность кодирования и декодирования и, соответственно, уменьшится скорость передачи информации.

Краткое описание алгоритма кодирования/декодирования рассмотренной кодовой конструкции и результаты моделирования в среде MATLAB

Напомним, что все операции кодирования/декодирования выполняются с q -ичными символами в поле Галуа $GF(2^4)$; 16 элементов поля обозначены:

$\alpha^0, \alpha^1, \dots, \alpha^{15}$, где α — корень уравнения $x^4 + x + 1 = 0$.

Проверочная матрица системы вложенных внутренних кодов [4] выбрана вида

$$H = \begin{pmatrix} \alpha^0 & \alpha^0 & \alpha^0 & \alpha^0 \\ \alpha^0 & \alpha^1 & \alpha^2 & \alpha^3 \\ \alpha^0 & \alpha^2 & \alpha^4 & \alpha^6 \\ \alpha^0 & \alpha^3 & \alpha^6 & \alpha^9 \end{pmatrix}.$$

Проверочная матрица H_1 внутреннего кода $A_1(4,2)$ соответствует первым двум строкам матрицы H .

Алгоритм кодирования

Матрица информационных символов обозначена I (см. рис. 2 и общее определение в [4]). Два слоя информационных символов матрицы I кодируются внешними кодами B_1 и B_2 :

$$S = Enc_B\{I\}.$$

Каждый слой S содержит две строки из 256 q -ичных символов. В целом S — матрица, содержащая 256 столбцов из четырех q -ичных символов.

Для получения кодового слова C матрица S умножается на матрицу H^{-1} :

$$C = H^{-1} \cdot S.$$

Таким образом осуществляется перекодировка столбцов S так, чтобы каждый столбец кодового слова C являлся кодовым словом кода $A_1(4,2)$ или его смежным классом.

Алгоритм декодирования

Первая итерация.

Принятое слово V (это переданное кодовое слово C с ошибками) умножается на проверочную матрицу внутреннего кода $A_1(4,2)$ H_1 :

$$S'_1 = H_1 \cdot V.$$

Получим первые две строки матрицы S с ошибками.

Исправим ошибки в строках матрицы S'_1 с помощью 1-го внешнего кода B_1 :

$$S''_1 = Dec_{B_1}\{S'_1\}.$$

Составим матрицу q -ичных символов размерности 2×256 :

$$W = S''_1 - S'_1.$$

Нулевой столбец этой матрицы указывает на отсутствие ошибки в данном столбце принятого слова V . В противном случае по двум символам, соответствующим исправимой одиночной ошибке кода $A_1(4,2)$, происходит ее исправление и формируется слово V_1 . На этом первая итерация закончена.

Вторая итерация.

Кодовое слово V_1 умножается на проверочную матрицу H :

$$S'_2 = H \cdot V_1.$$

Исправляются ошибки во втором слое с помощью 2-го внешнего кода B_2 :

$$S''_2 = Dec_{B_2}\{S'_2\}.$$

По полученной матрице внешних кодов

$$\begin{pmatrix} S''_1 \\ S''_2 \end{pmatrix}$$

определяется исходная информация I .

Данный алгоритм кодирования/декодирования был промоделирован в среде MATLAB. При моделировании для удобства вместо «расширенных» кодов РС (256,172) и (256,238) использовались «обычные» коды РС (255,171) и (255,237), что не сказывается на основных выводах. Все введенные в кодовое слово ошибки (при их допустимом количестве 28 q -ичных символов) были исправлены.

Выводы

Поиск и разработка новых кодовых конструкций происходит постоянно. Между первой теоретической разработкой и широким практическим использованием кодовой конструкции проходит значительный интервал времени. Так, например, получившие широкое распространение в настоящее время коды с малой плотностью проверок (МПП-коды, LDPC codes) впервые были предложены в 1963 году [13]. К недостаткам некоторых МПП-кодов можно отнести наличие так называемой «полочки» на кривой вероятности ошибки от отношения сигнал/шум при $P_{\text{ош}}$ меньше 10^{-7} – 10^{-8} (т. е. возможность МПП-кода исправлять ошибки резко ухудшается).

Кодовая конструкция, использующая обобщенные каскадные коды (в том числе ОЛО-коды), такого недостатка не имеет. Кроме того, эта конструкция является очень гибкой (по длине кодового блока и кодовой скорости), что позволяет подобрать оптимальный код в каждом конкретном случае.

Кодовая конструкция (ОЛО-код) строится с использованием кодов Рида–Соломона, для которых хорошо отработаны способы построения кодеров и декодеров.

Список литературы

1. *Eslami A., Pishro-Nik H.* A Practical Approach to Polar Codes. 2011 IEEE International Symposium on Information Theory proceedings (ISIT 2011). P. 16–20.
2. *Жилин И. В., Иванов Ф. И., Зяблов В. В.* Обобщенные коды с локализацией ошибок с мягким декодированием внутренних кодов // Информационные процессы, 2015, т. 15, №2. С. 111–127.
3. *Zhilin I., Rybin P., Zyablov V.* High-Rate Codes for High-Reliability Data Transmission. ISIT 2015. P. 256–260.
4. *Жилин И. В., Крещук А. А., Зяблов В. В.* Обобщенные коды с локализацией ошибок и минимизация избыточности для заданных входной и выходной вероятностей ошибки // Информационные процессы, 2014, т. 14, №4. С. 370–384.
5. *Блох Э. Л., Зяблов В. В.* Обобщенные каскадные коды. М.: Связь, 1976. 240 с.
6. *Блох Э. Л., Зяблов В. В.* Линейные каскадные коды. М.: Наука, 1982. 230 с.
7. Digital Video Broadcasting (DVB-S.2), Standard ETSI EN 302307 v 1.1.1 (2005-03). European Telecommunications Standards Institute. (ETSI), 2005.
8. *Банкет В. Л.* Эффективные системы передачи дискретных сообщений, Одесса: Одесский электротехнический институт связи им. А. С. Попова, 1982. 75 с.
9. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации / Под ред. А. Г. Зюко. М.: Радио и связь, 1985. 277 с.
10. *Колесник В. Д., Полтырев Г. Ш.* Курс теории информации. М.: Наука, 1982. 416 с.
11. *Градиштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963. 1100 с. Таблицы интегралов, рядов и произведений / Под ред. А. Джеффри, Д. Цвиллингера; пер. с англ. под ред. В. В. Максимова. 7-е изд. СПб.: ВХВ–Петербург, 2011. 1232 с.
12. *Пятошин Ю. П., Ершов А. Н.* Повышение энергетической и полосовой эффективности систем передачи информации методами помехоустойчивого кодирования // Авиакосмическое приборостроение, 2007, №5. С. 17–19.
13. *Галлагер Р.* Коды с малой плотностью проверок на четность. М.: Мир, 1966. 144 с.