

Выбор спутников ГЛОНАСС для снижения погрешности определения плановых координат

В. Б. Пудловский, к.т.н., pudlovskiy@vniiftri.ru

ФГУП «ВНИИФТРИ», Менделеево, Московская обл., Российская Федерация

Аннотация. Представлен анализ вклада систематических погрешностей измерений псевдодальностей на точность определения плановых координат (в плоскости горизонта потребителя) по сигналам системы ГЛОНАСС и критерии минимизации этой составляющей.

Точность оценки координат (в том числе плановых) в навигационной аппаратуре потребителей обычно оценивается в предположении отсутствия смещений и корреляции ошибок в измерениях псевдодальностей. Для этих условий в качестве основного критерия априорной оценки погрешностей координат обычно используется только геометрический фактор. На практике для определения координат потребителя часто применяют алгоритмы на основе метода наименьших квадратов для обработки измерений по всем видимым спутникам. Такая идеализация погрешностей измерений псевдодальностей приводит к субоптимальным результатам.

Предложены критерии выбора навигационных космических аппаратов ГЛОНАСС для минимизации (компенсации) систематических составляющих погрешности плановых координат, определяемых на основе метода наименьших квадратов. Максимальный эффект такой компенсации достигается при совпадении абсолютной величины погрешностей в измерениях псевдодальностей в каждой паре спутников и при центрально-симметричном положении двух или более пар спутников в проекции на плоскость горизонта.

Приведены результаты проверки эффекта отбора спутников при обработке реальных измерений псевдодальностей по сигналам системы ГЛОНАСС.

Предложенные критерии отбора спутников могут быть использованы в новых алгоритмах определения координат в абсолютном режиме, учитывающих смещение и корреляцию ошибок измерений псевдодальностей.

Ключевые слова: навигационная аппаратура, систематическая погрешность, плановые координаты

Selection of GLONASS Satellites to Reduce the Error in Plane Coordinates Determination

V. B. Pudlovskiy, *Cand. Sci. (Engineering)*, pudlovskiy@vniiftri.ru

Federal State Unitary Enterprise "National Research Institute for Physicotechnical and Radio Engineering Measurements" (FSUE "VNIIFTRI"), Mendeleev, Moscow region, Russian Federation

Abstract. The paper presents the analysis of the influence of systematic errors of pseudorange measurements on the accuracy of determination of plane coordinates (in the consumer's horizontal plane) by the signals of the GLONASS system, as well as criteria of minimization of this component.

Accuracy of coordinate estimation (including the plane ones) in the user navigation equipment is usually made in the assumption that there is no shifts and error correlations in the pseudorange measurements. For these conditions, usually only geometric factor is employed as the main criterion of a priori estimate. In practice, to determine user coordinates one usually applies algorithms based on the least square method to process measurements by all visible satellites. Such error idealization of pseudorange measurements leads to suboptimal results.

The article offers selection criteria of GLONASS navigation spacecraft to minimize (compensate for) systematic components of errors of plane coordinates determined by the least square method. The maximum effect of such compensation is achieved when there is coincidence of the absolute value of errors in pseudorange measurements in each pair of satellites and centrally symmetrical position of two or more satellite pairs in the projection onto the horizontal plane.

The results of verification of the effect of satellite selection when processing real pseudorange measurements by GLONASS signals are given.

The offered criteria for satellite selection can be used in new algorithms for determination of coordinates in the absolute mode taking into account shift and correlation of errors of pseudorange measurements.

Keywords: navigation equipment, systematic error, plane coordinates

Введение

Точность оценки координат и высоты, полученных в навигационной аппаратуре потребителей (НАП) только по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) без привлечения дополнительной информации, т. е. в абсолютном режиме, является одной из важнейших метрологических характеристик этого средства измерений [1].

Точность координат обычно оценивается в предположении, что погрешности измерений псевдодальностей до навигационных космических аппаратов (НКА) одинаково распределены по нормальному закону с нулевым средним и не коррелированы между собой [2–4]. Для этих условий в качестве основного критерия априорной оценки погрешностей координат обычно используется только геометрический фактор (ГФ) [1–7]. Однако такая идеализация погрешностей измерений псевдодальностей не всегда оправдана.

Даже для измерений по сигналам НКА одной ГНСС, прежде всего системы ГЛОНАСС, наиболее значимые составляющие бюджета эквивалентной погрешности дальности имеют распределение, отличное от нормального, и ненулевое среднее значение [6]. Это подтверждается эффективностью различных дифференциальных и относительных методов навигации [2, 4].

Для повышения точности НАП в абсолютном режиме определения координат актуально использование методов, снижающих влияние систематических погрешностей измерений псевдодальностей без привлечения дополнительной информации.

Постановка задачи

В ряде алгоритмов обработки измерений псевдодальностей, реализованных в НАП, прежде всего отечественных разработчиков, значение ГФ вообще не используется для выбора НКА (режим «all in view»). При этом для определения координат потребителя часто применяют алгоритмы на основе метода наименьших квадратов (МНК) для обработки измерений по всем видимым НКА.

Как известно, целью решения навигационной задачи (НЗ) в НАП является определение вектора

состояния (ВС) потребителя $\mathbf{x}$ (координаты и высота антенны приемника, а также оценка смещения шкалы времени приемника относительно системной шкалы) по результатам измерения псевдодальностей R_j не менее чем до четырех НКА ($j = 1 \dots n, n \geq 4$). Векторная форма записи этих измерений после линеаризации в окрестности истинного значения $\mathbf{x}$ имеет следующий вид [2, 3]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (1)$$

где $y_j = R_j - \rho_j - d_j$ — результат измерения псевдодальности до j -го НКА с учетом коррекции на величину априорной дальности ρ_j до этого спутника и суммы различных моделируемых поправок d_j ;

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & g_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & g_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_n & b_n & g_n & 1 \end{bmatrix} = [\mathbf{a} \ \mathbf{b} \ \mathbf{g} \ \mathbf{1}] \text{ — матрица}$$

частных производных псевдодальностей по элементам ВС;

$\boldsymbol{\varepsilon}$ — вектор ошибок измерений, для которого обычно определяют среднее значение $\mathbf{r} = E[\boldsymbol{\varepsilon}]$ и матрицу дисперсий $\mathbf{C} = E[\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^T]$.

Рассмотрим типовой алгоритм решения НЗ по алгоритму МНК для числа измерений более 4 следующего вида [3]:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{y}, \quad (2)$$

где $\hat{\mathbf{x}}$ — оценка ВС по алгоритму МНК.

Из уравнений (1) и (2) погрешность оценки ВС можно записать в виде

$$\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (3)$$

Часто принимают гипотезу об отсутствии систематических погрешностей в измерениях (1), полагая нулевым среднее значение $\boldsymbol{\varepsilon}$:

$$\mathbf{r} = E[\boldsymbol{\varepsilon}] = 0.$$

С учетом этого допущения оценка ВС также будет несмещенной, что следует из (3):

$$\Delta = E[\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}] = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{r} = 0, \quad (4)$$

где $\Delta = [\Delta_1 \ \Delta_2 \ \Delta_3 \ \Delta_4]^T$ — вектор средних значений ошибок оценки ВС.

В топоцентрической (локальной) системе координат его компоненты имеют следующий смысл:

$\Delta_1 = E[\hat{x}_1 - x_1]$ — среднее значение ошибки по долготе,

$\Delta_2 = E[\hat{x}_2 - x_2]$ — среднее значение ошибки по широте,

$\Delta_3 = E[\hat{x}_3 - x_3]$ — среднее значение ошибки по высоте,

$\Delta_4 = E[\hat{x}_4 - x_4]$ — среднее значение ошибки оценки смещения шкалы времени НАП относительно системной шкалы ГНСС.

Заметим также, что через диагональные элементы q_{ii} матрицы $(\mathbf{G}^\top \mathbf{G})^{-1}$ часто определяют и значения ГФ, например, в следующем виде [1, 3]:

$$\begin{aligned} GDOP &= \left(\text{tr} \left[(\mathbf{G}^\top \mathbf{G})^{-1} \right] \right)^{0,5} = \\ &= (q_{11} + q_{22} + q_{33} + q_{44})^{0,5}, \\ PDOP &= (q_{11} + q_{22} + q_{33})^{0,5}, \\ HDOP &= (q_{11} + q_{22})^{0,5}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $GDOP$ — общий ГФ решения НЗ; $PDOP$ — ГФ для положения в трехмерном пространстве; $HDOP$ — ГФ для положения в плоскости горизонта.

Анализ бюджета погрешностей измерения псевдодалейностей показывает, что условие $\mathbf{r} = 0$ редко выполняется на практике, особенно для непродолжительных по времени сеансов определения координат с помощью НАП.

Отсюда следует, что выполнение (4) для $\mathbf{r} \neq 0$ возможно только путем определения элементов матрицы $\mathbf{G}$. Тогда цель можно сформулировать следующим образом: для решения НЗ необходимо определить такую конфигурацию НКА, которая обеспечит минимальное смещение оцениваемых компонент ВС при наличии некоторой информации о компонентах $\mathbf{r} \neq 0$.

Теория

Отметим, что если решение (2) существует, то

$$(\mathbf{G}^\top \mathbf{G})^{-1} \neq 0.$$

Тогда условие (4) для $\mathbf{r} \neq 0$ может формально быть выполнено, если

$$\mathbf{G}^\top \mathbf{r} = [\mathbf{a} \ \mathbf{b} \ \mathbf{g} \ 1]^\top \mathbf{r} = 0.$$

Очевидно, что для $\mathbf{r}$, отличного от нуля, его проекции на оси 4-мерного пространства определяемых координат не могут быть одновременно нулевыми.

По этой причине далее ограничимся поиском условий, при которых возможна компенсация систематических ошибок измерений псевдодалейности только для координат в плане (в плоскости горизонта), т. е. должно выполняться

$$\Delta_1 = \Delta_2 = 0. \quad (6)$$

Запишем (4) в виде нормальной системы

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^\top \mathbf{G} \Delta &= \mathbf{G}^\top \mathbf{r}, \\ \mathbf{G} \Delta &= [\mathbf{a} \ \mathbf{b} \ \mathbf{g} \ 1] \Delta = \mathbf{r}. \end{aligned} \quad (7)$$

Из условия (6) следует ортогональность вектора $\mathbf{r}$ двум *первым* базисным векторам его разложения, что можно записать через скалярное произведение как

$$(\mathbf{a}, \mathbf{r}) = (\mathbf{b}, \mathbf{r}) = 0. \quad (8)$$

Далее определим, когда условия (8) выполняются для $\mathbf{r}$, все компоненты которого отличны от 0.

Рассмотрим вначале вариант, когда компоненты $\mathbf{r}$ близки по абсолютной величине. Тогда столбцы $\mathbf{1}$ и $\mathbf{r}$ системы (7) линейно зависимы. Поэтому при решении (7), например по правилу Крамера, получим $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0$, т. е. смещения по координатам и высоте не будет. Увеличится только систематическая ошибка Δ_4 оценки смещения шкалы времени НАП относительно шкалы ГНСС.

С учетом природы наиболее весомых ошибок, составляющих бюджет измерения псевдодалейностей, рассмотрим еще два варианта соотношения компонент $\mathbf{r}$:

А) компоненты положительны и одинаковы для пар НКА;

Б) компоненты положительны и пропорциональны углам возвышения НКА γ_j .

Тогда условие (7) можно переписать в следующем виде:

— для варианта А)

$$\begin{aligned} r_1(a_1 + a_2) + \dots + r_{n/2}(a_{n-1} + a_n) &= 0, \\ r_1(b_1 + b_2) + \dots + r_{n/2}(b_{n-1} + b_n) &= 0; \end{aligned} \quad (9)$$

— для варианта Б)

$$\sum_{j=1}^n r_j(\gamma_j) \cdot a_j = \sum_{j=1}^n r_j(\gamma_j) \cdot b_j = 0. \quad (10)$$

Запишем выражения для частных производных a_j , b_j в топоцентрической (локальной) системе координат через углы визирования НКА в полярной системе координат [3] в следующем виде:

$$\begin{aligned} a_j &= \sin \alpha_j \cdot \cos \gamma_j, \\ b_j &= \cos \alpha_j \cdot \cos \gamma_j, \end{aligned} \quad (11)$$

где α_j — угол азимута линии визирования НКА.

С учетом такой записи компонент a_j и b_j легко видеть, что для выполнения (9) (вариант А) достаточно формировать пары НКА по признаку центральной симметрии в плоскости горизонта (разность по азимуту на 180° и одинаковые углы возвышения для пары НКА).

Функциональная зависимость $r_j(\gamma_j)$ (вариант Б) характерна для описания составляющих ошибок измерения псевдодальностей за счет рефракции в ионосфере и тропосфере. Например, для пересчета значения зенитной задержки в тропосфере ZTD_j для наклонной трассы Z_j обычно используют так называемые «функции отображения» $m(\gamma_j)$ [8]:

$$Z_j(\gamma_j) \cong m(\gamma_j) ZTD_j.$$

Аналогичным образом учитывается влияние наклонной трассы при расчете задержки в ионосфере в известном алгоритме Клобучара [3]. В первом приближении функция $m(\gamma_j)$ имеет вид

$$m(\gamma_j) = 1 / \sin(\gamma_j).$$

Отсюда следует, что все систематические ошибки в расчетах зенитных задержек в ионосфере и тропосфере только возрастут для наклонных трасс распространения сигналов НКА в пропорции, близкой к $\sin^{-1}(\gamma_j)$. Однако эти систематические погрешности можно считать близкими по величине для НКА с равными углами возвышения γ_j . Отсюда следует, что условия (9) и (8) могут быть выполнены для одних и тех же пар НКА, отобранных по признаку центральной симметрии.

Анализ условия (8) с учетом (11) показывает также, что эти условия выполняются не только для «центрально-симметричных» пар НКА. Очевидно, что условию (8) также удовлетворяет любой НКА, для которого $\gamma_j \approx 90^\circ$. Следовательно, без влияния на ошибку координат в рабочее созвездие дополнительно можно включить еще несколько спутников, наблюдаемых в зените относительно НАП, если это обеспечивает орбитальная группировка НКА одной или нескольких ГНСС.

Результаты экспериментов

Для практической проверки эффекта компенсации равных систематических погрешностей в измерениях псевдодальностей в парах НКА системы ГЛОНАСС был проведен сравнительный расчет координат в плане с помощью пакета программ RTKLib v.2.4.2 [9], в котором, в частности, реализован алгоритм определения абсолютных координат и высоты на основе МНК.

В качестве исходной информации использовались данные измерений по дальномерному коду системы ГЛОНАСС только в диапазоне L1. Измерения с периодом 1 с получены в формате RINEX версия 3.03 от НАП PolaRx5 (фирма Septentrio) с помощью антенны, расположенной на территории ФГУП «ВНИИФТРИ» в пункте с известными координатами.

Для дальнейшей обработки использованы данные, записанные в течение 24 ч, на дату 15.03.2018.

Параметры селекции НКА осуществлены с учетом следующих допустимых отклонений положения спутников от необходимых, по условию (9) или (10), углов их визирования: не более 10° по углу места; не более 30° по азимуту.

Для пункта расположения антенны НАП за сутки 15.03.2018 условия отбора пар НКА по углам визирования были выполнены в течение 30 интервалов времени (длительностью более 5 мин) с общей продолжительностью около 500 мин.

При этом наблюдались 2, иногда 3 пары спутников, центрально симметричных относительно НАП, а также, как правило, один спутник, близкий к зениту ($\gamma > 75^\circ$). Общее количество

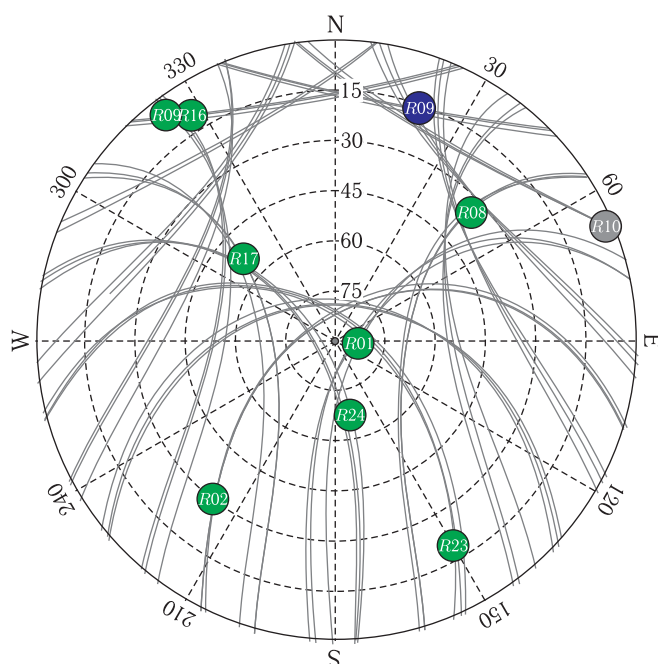


Рис. 1. Положение НКА ГЛОНАСС на время 00:00 (UTC)

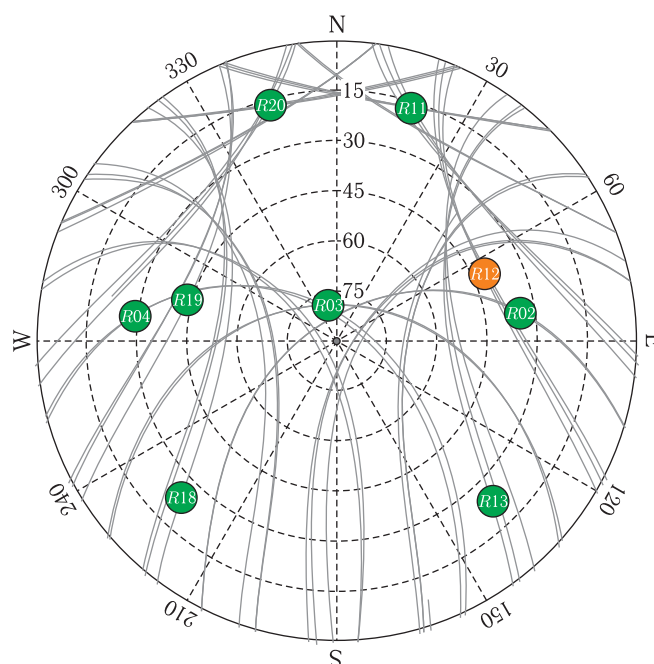


Рис. 2. Положение НКА ГЛОНАСС на время 03:40 (UTC)

наблюдаемых в НАП спутников ГЛОНАСС при этом составило от 8 до 10.

Эффективность выбора только «центрально-симметричных» НКА для определения плановых координат сравнивалась с ошибками, полученными при обработке всех видимых спутников ГЛОНАСС с углами возвышения $\gamma > 5^\circ$. Были отобраны созвездия из 4 НКА (2 пары), а также из 5 НКА (2 пары и один НКА около зенита).

Пример расположения 10 спутников ГЛОНАСС относительно НАП на время 00:00 (UTC) для выбора 2 пар (номера R02, R08, R16, R23) и зенитного НКА (R01) показан на рис. 1.

Более редкий вариант положения НКА, образующих сразу 3 пары «центрально-симметричных» спутников (номера R02, R04, R11, R18, R13, R20), показан на рис. 2.

Результаты расчетов погрешности определения координат в плане с помощью пакета программ RTKLib по алгоритму МНК представлены в таблице и на рис. 3 и 4.

На рис. 3 представлены результаты определения координат МНК в период времени 00:00–00:05 (UTC). Голубыми точками показаны координаты,

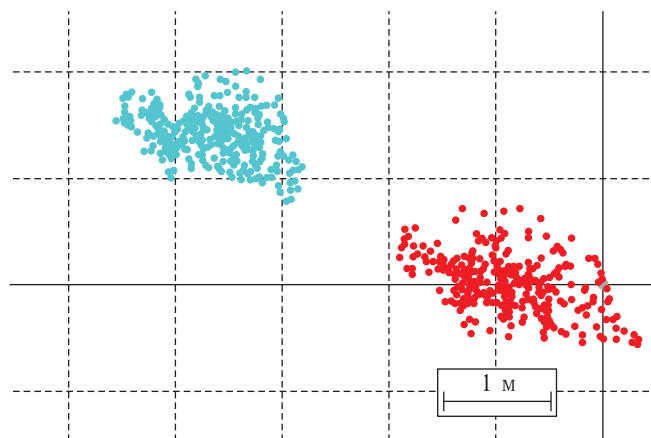


Рис. 3. Координаты в плане по измерениям псевдодалей от 5 НКА (красные точки) и 9 НКА (голубые точки)

полученные по сигналам 9 НКА с учетом коррекции измерений по модели. Красными точками показаны координаты, полученные по сигналам 5 отобранных НКА (две пары и один спутник в зените) без использования коррекции измерений по моделям. Координаты пункта, принятые за эталонные, показаны как пересечение сплошных линий сетки.

Т а б л и ц а. Погрешности определения координат

Количество НКА	Коррекция по моделям	ГФ		Ошибка по долготе, м		Ошибка по широте, м		Время (UTC), ч:мин
		<i>PDOP</i>	<i>HDOP</i>	Δ_1	σ_1	Δ_2	σ_2	
9	Вкл.	1,5	1,0	−3,65	0,42	1,41	0,23	00:00
9	Выкл.	1,5	1,0	0,16	0,20	−0,41	0,27	00:00
4	Выкл.	3,5	1,2	−1,84	0,64	0,78	0,27	00:00
5	Выкл.	2,0	1,2	−0,90	0,46	0,01	0,25	00:00
10	Вкл.	1,4	0,8	−2,68	0,40	1,24	0,30	00:05
10	Выкл.	1,4	0,8	−2,48	1,62	−0,27	0,32	00:05
4	Выкл.	3,4	1,2	−1,51	0,49	1,41	0,52	00:05
5	Выкл.	2,0	1,2	−1,19	0,66	0,66	0,55	00:05
9	Вкл.	1,8	0,8	2,61	0,23	−1,34	0,45	03:40
9	Выкл.	1,8	0,8	2,64	0,23	−2,42	0,44	03:40
6	Вкл.	4,9	1,0	1,81	0,28	−1,71	0,44	03:40
6	Выкл.	4,9	1,0	1,65	0,29	−2,27	0,47	03:40

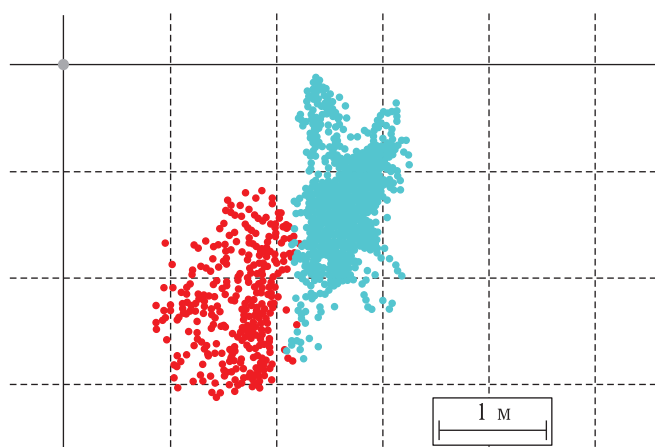


Рис. 4. Координаты в плане по измерениям псевдодальностей от 6 НКА (красные точки) и 9 НКА (голубые точки)

На рис. 4 представлены результаты определения координат в период времени 03:40–03:45 (UTC) по данным измерений сигналов 9 НКА с учетом коррекции псевдодальностей по моделям (показаны голубыми точками) и для 3 пар отобранных НКА без коррекции (показаны красными точками).

В первом столбце таблицы количество НКА 4, 5 или 6 указывает на использование процедуры

отбора пар спутников по критерию центральной симметрии плюс один в зените (для 5 отобранных НКА).

Для количества НКА 9 или 10 для определения координат использовались все доступные на данный период времени измерения псевдодальностей.

Символы σ_1 и σ_2 обозначают среднее квадратическое отклонение (СКО) относительно средних значений Δ_1 и Δ_2 ошибки определяемых координат.

Возможности пакета RTKLib позволяют включать или выключать модели для коррекции псевдодальностей за счет влияния тропосферы и ионосферы при обработке измерений, проводимых в одном частотном диапазоне, что также отражено в таблице в столбце «Коррекция по моделям».

Значения ГФ рассчитаны только для рабочего созвездия НКА, чьи измерения псевдодальностей использованы при определении координат.

Анализ полученных ошибок определения высоты в рамках данной работы не проводился.

Результаты расчетов погрешности определения координат в таблице показаны для примера и не исчерпывают всего объема обработанных данных, полученных в течение суток.

Обсуждение результатов

Анализ погрешностей определения координат, представленных в таблице, а также полученных после обработки других результатов измерений в целом подтверждает целесообразность отбора НКА для частичной компенсации смещения определяемых координат от истинного положения антенны НАП.

Однако полностью исключить смещение определяемых координат путем отбора НКА не удастся. Одной из вероятных причин этого является достаточно большая разность систематических погрешностей измерений псевдодальностей для пары отобранных НКА системы ГЛОНАСС.

Как видно из таблицы, снижение количества НКА, измерения по которым использовались при определении координат, очевидно, может увеличивать дисперсию ошибки координат. Это особенно заметно при сравнении величин СКО ошибки по долготе для рабочих созвездий из 4 и 9 НС в период 00:00–00:05. При этом среднее значение координат, полученных для отобранных НКА, как правило, ближе к эталонному значению.

С другой стороны, исключение относительно малого количества НКА, из числа видимых, незначительно улучшает точность определяемых координат, как это видно из сравнения ошибок для рабочих созвездий из 6 и 9 НКА в период 03:40–03:45 (см. рис. 4 и таблицу). Нетрудно понять, что в данном случае основная часть НКА в рабочем созвездии не изменилась, а погрешности измерений исключенных и отобранных НКА, вероятно, сравнимы по величине.

Сравнительный анализ величин ГФ для малого количества НКА в рабочем созвездии (около половины наблюдаемых спутников) показывает, что значение *PDOP* не может служить надежным критерием точности определения координат (в плоскости горизонта). Более адекватную оценку погрешности плановых координат дает значение *HDOP*. Однако и этот ГФ, рассчитанный в соответствии с (5), не позволяет учесть влияние систематических погрешностей в измерениях псевдодальностей.

По результатам анализа обработанных данных следует отдельно отметить, что компенсация сме-

щения определяемых координат в плане за счет отбора НКА проявляется заметнее при отсутствии (выключении) коррекции измерений псевдодальностей по моделям, входящим в пакет программ RTKLib.

Заключение

Показана возможность компенсации систематических погрешностей в измерениях псевдодальностей в паре НКА при определении координат в плоскости горизонта по алгоритму МНК. Максимальный эффект такой компенсации может быть получен в следующих условиях:

- совпадение абсолютной величины погрешностей в измерениях псевдодальностей в каждой паре НКА;
- центрально-симметричное положение двух или более пар НКА в проекции сферической системы координат на плоскость горизонта (разность по азимуту на 180° и одинаковые углы возвышения для пары НКА).

Использование НКА, находящихся в зените, также не влияет на смещение определяемых координат в плане и позволяет использовать пары НКА с одинаковыми углами возвышения в разных парах.

Влияние эффекта компенсации систематических погрешностей заметно при обработке реальных измерений псевдодальностей для отобранных НКА ГЛОНАСС. Однако полностью исключить смещение определяемых координат не удастся.

Использование значений ГФ в качестве критерия выбора состава рабочего созвездия НКА не учитывает влияние систематических погрешностей в измерениях псевдодальностей и не позволяет адекватно оценить точность плановых координат.

Для определения координат в абсолютном режиме работы НАП актуальна разработка новых алгоритмов, учитывающих смещение и корреляцию ошибок измерений псевдодальности.

Список литературы

1. ГОСТ Р 52928-2010. Система спутниковая навигационная глобальная. Термины и определения.
2. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.
3. *Sanz Subirana J., Juan Zornoza J.M., Hernández-Pajares M.* GNSS Data Processing Book, Vol.I: Fundamentals and Algorithms, TM-23/1. Noordwijk: ESA Communications, 2013, 223 p.
4. *Карутин С. Н., Власов И. Б., Дворкин В. В.* Дифференциальная коррекция и мониторинг глобальных навигационных спутниковых систем. М.: МГУ, 2014. 463 с.
5. *Xue S., Yang Y.* Positioning Configurations with the Lowest GDOP and their Classification // Journal of Geodesy. 2015, vol. 89, no. 1. P. 49–71.
6. *Milbert D.* Improving dilution of precision, a companion measure of systematic effects // GPSWorld, 2009, vol. 20, no. 11. P. 38–47.
7. *Blanco-Delgado N., Nunes F.* Satellite selection method for multi-constellation GNSS using convex geometry // IEEE Trans. Veh. Technol, 2010, vol. 59, no. 9. P. 4289–4297.
8. *Пудловский В. Б.* Тропосферная задержка: модели погрешности оценки // Научно-технические серии. Серия «Радиосвязь и радионавигация». Вып. 3. Радионавигационные технологии / Под ред. А. И. Перова, И. Б. Власова. М.: Радиотехника, 2013. С. 50–54.
9. RTKLib [Electronic resource] / RTKLIB: An Open Source Program Package for GNSS Positioning. <http://www.rtklib.com/> (Дата обращения: 22.08.2019).