

## Концепция построения технологической модели решения слабоструктурированных задач на основе теории множеств

**В. В. Бетанов**, *д. т. н., проф.*, [betanov\\_vv@spacecorp.ru](mailto:betanov_vv@spacecorp.ru)  
АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация

**В. К. Ларин**, *к. т. н.*, [contact@spacecorp.ru](mailto:contact@spacecorp.ru)  
АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация

**Аннотация.** В данной статье рассматривается один из подходов решения слабоструктурированных задач с использованием аппарата теории множеств. Приводится определение задачи как системы неоднородных элементов, структурный анализ которой позволяет выявить некорректные элементы. Дальнейшее решение представлено в виде двух этапов. На первом этапе разрабатывается структурная схема решения задачи с максимальной детализацией последнего уровня иерархии, на втором этапе производится описание структурных блоков в символах теории множеств. В качестве примера рассмотрена задача обработки траекторных измерений. Выявлены некорректные блоки задачи и приводится технология общего решения с учетом представления этих блоков в символах теории множеств.

**Ключевые слова:** системный подход, структуризация, система, множества, модель

## Concept of Constructing a Technological Model for Solving Semi-structured Problems on the Basis of Set Theory

**V. V. Betanov**, *Dr. Sci. (Engineering), Prof.*, [betanov\\_vv@spacecorp.ru](mailto:betanov_vv@spacecorp.ru)  
Joint Stock Company "Russian Space Systems", Moscow, Russian Federation

**V. K. Larin**, *Cand. Sci. (Engineering)*, [vkclarin@mail.ru](mailto:vkclarin@mail.ru)  
Joint Stock Company "Russian Space Systems", Moscow, Russian Federation

**Abstract.** This article discusses one of the approaches to solving semi-structured problems using the apparatus of set theory. The problem is defined as a system of inhomogeneous elements, the structural analysis of which allows identifying incorrect elements. The further solution is presented in two stages. At the first stage, a block diagram of the solution of the problem is developed with the last level of the hierarchy detailed to the maximum. At the second stage, the description of the structural blocks is given in symbols of set theory. As an example, the problem of processing trajectory measurements is considered. The incorrect blocks of the problem are pinpointed and the technology of the general solution is given taking into account the representation of these blocks in symbols of set theory.

**Keywords:** systems approach, structuring, system, sets, model

## Введение

Одной из проблем, относящихся к области системного анализа, является поиск решения слабоструктурированных задач [1, 2]. Решение этой проблемы осложняется отсутствием границ, устанавливающих принадлежность задач к слабоструктурированному виду, а также четких критериев для определения степени структуризации. Предполагая, что слабоструктурированные задачи располагаются в диапазоне от структурированных до неструктурированных задач, можно допустить, что результат решения варьируется от количественного до качественного, а в некоторых случаях может быть не найден.

Практически решение задачи сводится к выявлению некорректных элементов программно-алгоритмической оболочки, мониторингу функционирования и в случаях сбоя переводу решения на другую цепочку алгоритма.

В настоящей статье описан один из возможных подходов к решению задачи, заключающийся в структурном анализе алгоритма и дальнейшем представлении некорректных элементов решения в виде процедур теории множеств.

Под термином «задача» (или «проблема») будем понимать систему, состоящую из элементов, обеспечивающих получение ответа на поставленный вопрос.

## Предварительные замечания

Существуют три вида представления решения задачи: алгоритм, структурная схема и вербальное описание.

1. Алгоритм. Применяется для случая формализованных задач, имеющих математическое решение.

2. Структурная схема. Применяется для отображения технологии решения задач в виде иерархической последовательности взаимосвязанных функциональных блоков.

Анализ структурной схемы позволяет отметить блоки, которые могут привести к некорректному решению, однако при этом невозможно определить конкретную функцию или параметр, являющиеся источником указанной ситуации.

3. Вербальное описание. Приемлемо для первого и второго вариантов структурированности задачи, указанных выше, но он представляет только качественную картину решения без возможности формальной корректировки этого процесса.

Во втором и третьем видах представления задач отдельные элементы могут иметь неформальный характер, что затрудняет составление программ на современных языках программирования, а соответственно, автоматизирование процесса решения.

Суть заключается в использовании логических условий для определения истинности (или ложности) множества элементов блока по соответствию одного из принадлежащих ему параметров заданному значению. Это позволяет устанавливать взаимосвязи между блоками решения задачи, представленной в структурной или вербальной формах.

Решение задачи делится на два этапа. На первом этапе разрабатывается структурная схема решения задачи с максимальной детализацией последнего уровня иерархии, на втором этапе производится описание структурных блоков в символах теории множеств.

На основании достаточного числа работ, посвященных исследованиям структурированности задач и методам их решения [2–6], задачи делятся по степени структуризации на: структурированные (СЗ), слабоструктурированные (ССЗ) и неструктурированные (НСЗ).

В качестве признака деления в данном случае используется количественная и/или качественная **определенность** элементов проблемы. Другим признаком деления проблемных ситуаций на структурированные, слабоструктурированные и неструктурированные является признак степени **известности алгоритма** их решения [2].

С учетом сказанного можно дать следующую характеристику каждому виду задачи.

СЗ — характеризуются существованием алгоритма решения, построенного на математических зависимостях, и количественного результата.

ССЗ — для них известны преимущественно качественные зависимости между элементами задачи, причем информация о части элементов может отсутствовать.

НСЗ — характеризуются отсутствием математического алгоритма решения, части условий и исходных данных.

Дополнительно в приведенные виды, определяемые степенью структурированности задачи, целесообразно включить квазиструктурированный вид (КСЗ), характеризуемый наличием качественных и количественных составляющих элементов с вероятностью сбоя последних в процессе решения, но возможностью отыскания количественного или качественного решения. Место этого вида задач между СЗ и ССЗ.

Графически такое распределение задач по степени структуризации представлено на рис. 1.



Рис. 1. Распределение задач по степени структуризации

В качестве базисного варианта (номинала), относительно которого проводились исследования, принята структурированная задача.

Степень структуризации задачи определялась соотношением корректных и некорректных свойств, присущих составляющим ее блокам.

В зависимости от функциональной нагрузки элементов, составляющих решение, можно привести три формы представления задачи:

- программно-алгоритмическую (ПА);
- информационно-вычислительную (ИВ);
- аппаратно-технологическую (АТ).

Каждая форма представления задачи имеет следующие составляющие элементы:

- программно-аналитическая: постановка + алгоритм + программа;
- информационно-вычислительная: ПА + база данных (БД) и архивы;
- аппаратно-технологическая: ИВ + компьютер + + информационный канал для загрузки измерений в БД.

Независимо от принадлежности к какой-либо форме, задача имеет один и тот же набор элементов, приведенных ниже.

## Элементы задачи

Функциональные части задачи:

- 1) методическая часть — постановка, алгоритм;
- 2) программная часть — операционная система (ОС), язык программирования, коды программы, библиотека стандартных подпрограмм (БСП);
- 3) расчет — процедура вычисления (процессор: вид, частота), оперативная память.

Информационная часть:

- 1) БД, архивы, обмен информацией;
- 2) интерфейс — входные, выходные данные, контроль промежуточных расчетов.

Этапы решения задачи:

- 1) разработка структуры, методики и алгоритма решения;
- 2) разработка программы и проведение расчетов.

Пути решения задачи:

- 1) формальное решение (разработка алгоритма и программы);
- 2) неформальное решение (поиск альтернативного решения);
- 3) слабоструктурированное решение (при вероятности сбоя) с разветвлением на «качественное» или «количественное» решение в зависимости от соотношения формализованных и неформализованных элементов задачи, а также от реальных условий решения.

Форматы описания данных:

- 1) количественный;
- 2) качественный;
- 3) множественный (множества и операции с ними).

Описание модели решения задачи:

- 1) математический алгоритм;
- 2) структурная схема;
- 3) описание технологической последовательности этапов решения;
- 4) технологическая модель, представленная описанием структурных блоков задачи и их связей символикой множеств.

В качестве примера в статье рассмотрено решение задачи обработки траекторных измерений баллистико-навигационного обеспечения (БНО) применительно к программно-алгоритмической форме.

Большинство задач типа обработки измерений относится к структурированным задачам, однако при наличии некорректных элементов в ее структуре вид задачи может измениться.

К специфическим особенностям таких задач относятся:

- большой объем измерительной информации, сохраняемой в исходных данных (ИД);
- наличие в алгоритме ограничений на количество и качество измерений;
- основной метод обработки измерений — статистический (метод наименьших квадратов, МНК; фильтр Калмана);
- использование в алгоритме математической модели для каждого типа измерений (дальность, фаза, частота Доплера и т. д.);
- использование следующих математических функций: расчет частных производных, составление и решение системы линейных уравнений, формулы расчетных значений измеряемых параметров.

Ниже приводятся результаты анализа задачи на предмет определения корректности блоков решения.

## Структура задачи

Вначале представим структурную схему задачи в форме ПА (рис. 2).

Служебная часть включает:

- обработку и формирование исходных данных;
- обращение к БД;
- обращение к архивам;
- обращение к БСП;
- организацию циклов;
- условный и безусловный переходы между частями программы;
- формирование выходных данных.

Функциональная часть включает:

- математическую модель рассматриваемого физического процесса;
- итерационные методы расчетов;
- контроль соответствия математических формул описываемому физическому процессу;

- методы интерполяции и экстраполяции;
- численные методы решения дифференциальных уравнений.

На основе указанного выше распределения задач по степени структурированности и структурной схемы (рис. 2) в табл. 1 приведены данные по корректности (+) и некорректности (–) блоков, распределенных по задачам разной степени структурированности, и составляющим ее частям.

В табл. 2 приведены классификационные данные по распределению типов решения задачи в зависимости от вида ее структурированности, где

Таблица 1. Распределение задач по степени структурированности элементов

Части задачи	Обозначения блоков частей задачи	Виды задач по структурированности			
		СЗ	КСЗ	ССЗ	НСЗ
Постановка	п1	+	+	–	–
	п2	+	+	+	–
	п3	+	+	–	–
	п4	+	+	+	–
Алгоритм	а1	+	+	–	–
	а2	+	+	–	–
	а3-1	+	–	–	–
	а3-2	+	–	–	–
Программа	пр1	+	+	+	+
	пр2	+	+	+	+
	пр3	+	+	+	+
	пр4	+	–	–	–

Таблица 2. Зависимость типа решения от вида задачи

Тип	Решение		
	Количественное	Качественное	0
СЗ	+	–	–
КСЗ	+	+	–
ССЗ	–	+	+
НСЗ	–	–	+

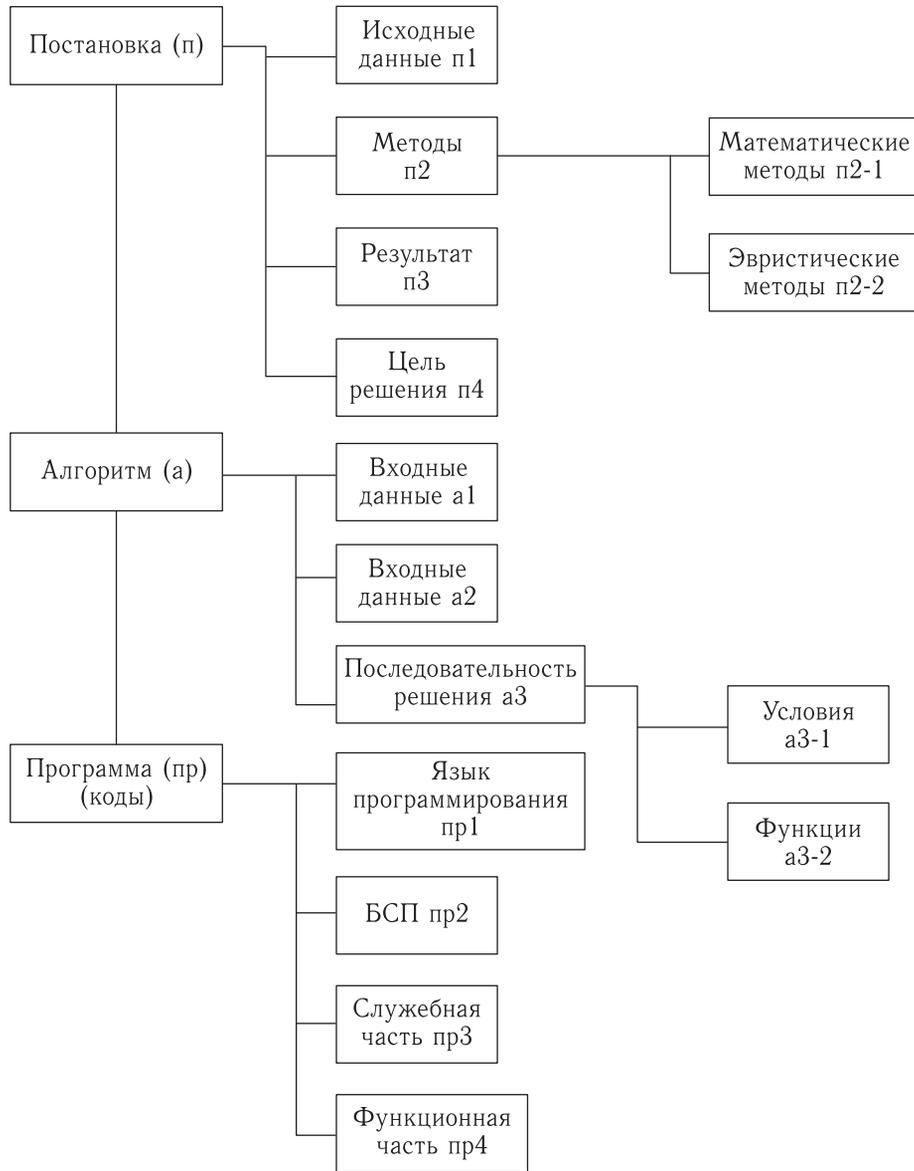


Рис. 2. Структурная схема задачи в форме ПА

«+» — корректность решения задачи соответствующего типа; «-» — некорректность решения задачи (отсутствие либо несоответствие условиям нормального функционирования решения); количественное решение — результат в числовом формате; качественное решение — результат в вербальном виде; 0 — отсутствие вариантов продолжения решения; полученный результат не соответствует целевому назначению по физическому смыслу.

Данные табл. 1 и 2 позволяют установить степень структурированности задачи, определить ее место в ряду предлагаемой классификации, а также

уточнить некорректные блоки в основных элементах задачи.

Полученная информация дает возможность предварительно выбрать соответствующий способ решения с учетом возможной некорректности отдельных частей задачи.

### Структурная схема задачи

Ниже приведена структурная схема функциональных блоков задачи обработка измерений,

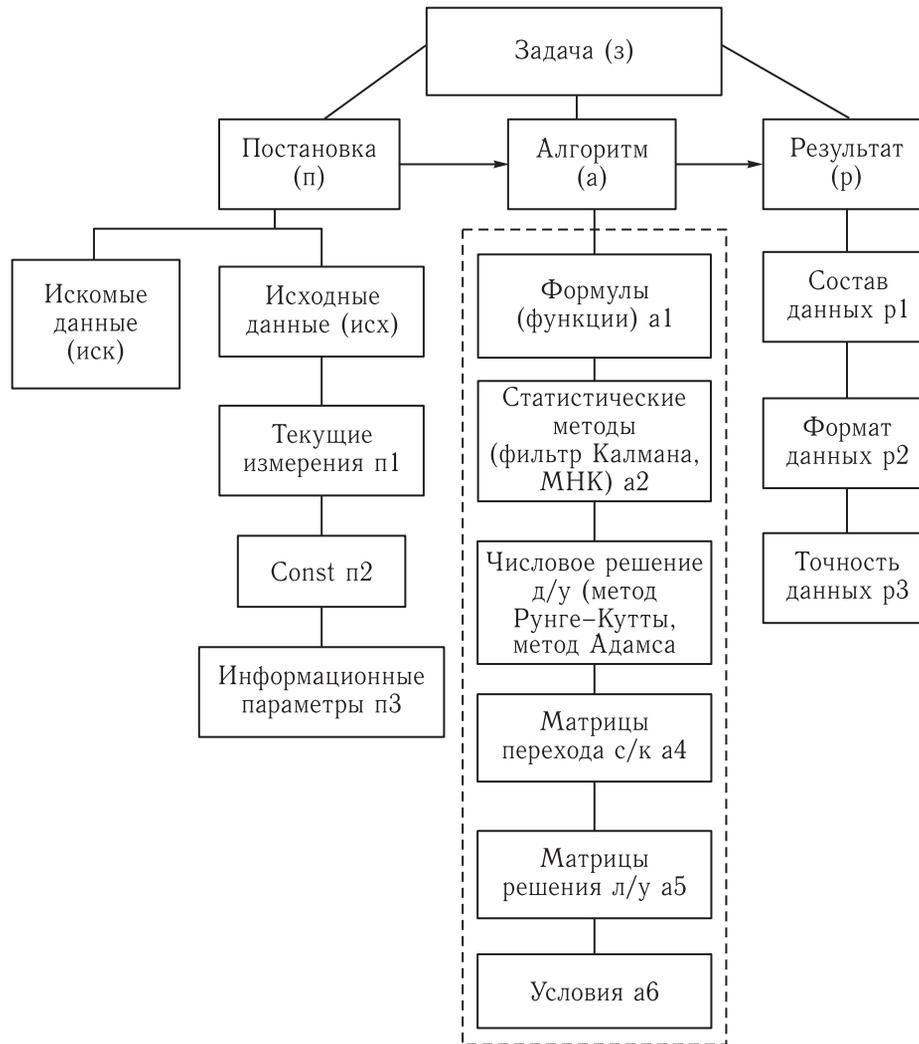


Рис. 3. Схема функциональных блоков задачи обработки измерений: д/у — дифференциальное уравнение, л/у — линейное уравнение, с/к — система координат

на которой отмечены блоки (желтый цвет) с вероятностью некорректного решения (рис. 3).

Для перехода от структурного отображения элементов задачи и их связей к формализованному виду предлагается использовать аппарат теории множеств.

В данном случае каждый блок (представляющий собой систему) можно идентифицировать как множество неоднородных элементов. Связи между элементами задачи (рис. 3) можно отобразить в виде соответствующих отношений между параметрами множеств [7].

Верхний уровень структурных блоков:

$$z = p \cup a \cup r;$$

$$p = \text{иск} \cup \text{исх}; \text{исх} = p1 \cup p2 \cup p3;$$

$$a = a1 \cup a2 \cup a3 \cup a4 \cup a5 \cup a6;$$

$$r = r1 \cup r2 \cup r3.$$

Представим условия для выделенных структурных блоков в виде следующих соотношений.

Исходные данные:

$$p1 = \{\varphi, \gamma\};$$

$p1 = \{\bigcup_1^k \varphi_i \mid \gamma_i \geq 7^\circ\}$ , ограничение измерений для  $\gamma_i < 7^\circ$ ;

$p1 = \{\bigcup_1^m \varphi_i \mid k \geq N\}$ , ограничение по числу измерений в сеансе.

Формулы:

$a1 = \{\bigcup_1^m f_i : f_j\}$ , установление правильности формул.

Матрицы:

$a4 = \{M_p \mid M_p \neq 0\}$ , условие использования

матриц в алгоритме;

$a5 = \{M_r \mid M_r \neq 0\}$ ,

где  $M_p$  — матрицы перехода систем координат;

$M_r$  — матрицы решения систем линейных уравнений.

Состав искомых данных:

$$p1 = \{Q, n\};$$

$Q$  — форма (вид) представления данных (например, параметры орбиты — оскулирующие элементы);

$n$  — число данных (например, кинематический вектор состояния — 6 значений);

$Q = \{Q_i : Q_j\}$ , условие выбора вида результата, соответствующего заданному;

$Q_i = \{\bigcup_1^s Q_s \mid s = n\}$ , условие соответствия числа данных.

Точность искомых данных:

$p3 = \{\sigma, v\}$ , СКО и число значащих цифр после запятой;

$p3 = \{\sigma_i : \sigma_n\}$ , условие проверки результата на точность по СКО;

$p3 = \{v_i : v_n\}$ , условие проверки результата по числу цифр после запятой;

$p = \{r : p3\}$ , условие выбора результата по выполнению условия  $p3$ .

### Первый этап решения задачи

В качестве примера реализации предлагаемого метода рассмотрим задачу уточнения начальных условий движения космического аппарата (КА) по траекторным измерениям. Решение задачи разделим на два этапа: на первом этапе решение будет представлено в виде структурной схемы (рис. 4), на втором этапе — в виде алгоритма на языке теории множеств.

Дадим пояснения к рис. 4.

Архив ТИЗ — файловый архив траекторных измерений. Основной формат ТИЗ — RINEX-файлы.

Архив НУ — файловый архив начальных условий КА, полученных на предыдущем сеансе БНО. Основной вид — дата, время и параметры кинематического вектора состояния в гринвичской системе координат (ГСК).

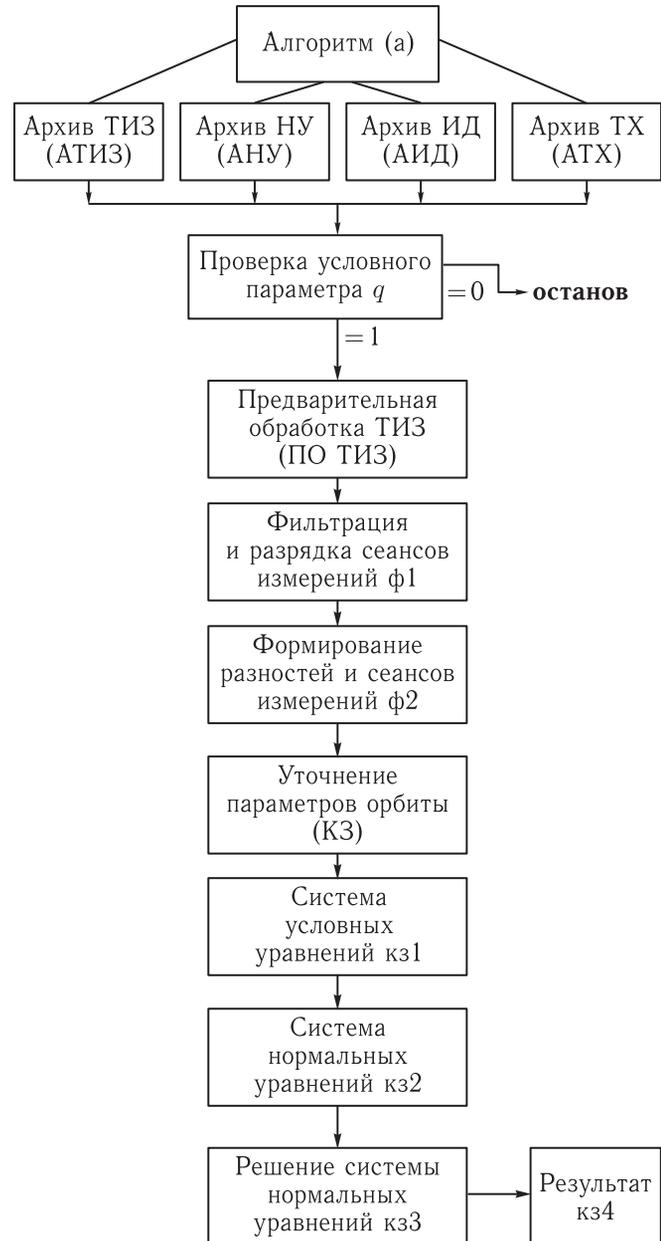


Рис. 4. Структурная схема решения задачи уточнения начальных условий

Архив ИД — файловый архив исходных данных. Основное содержание: глобальные константы параметров модели гравитационного поля Земли, параметры вращения Земли и т. д.

Архив ТХ — файловый архив технических характеристик КА. Основное содержание — номер КА, тип КА, временная задержка ретрансляции сигнала, номинальные значения несущих частот навигационных радиосигналов бортовых генераторов.



$kz3 = [p] = \{\bigcup_1^k [H] \in [p] \mid [H] \neq 0\}$ , матрица  $H$  не должна быть равной  $0$ , в противном случае будем иметь деление на  $0$ .

Результат решения КЗ есть вектор состояния, уточненный за счет поправок, полученных путем решения системы нормальных уравнений.

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{p},$$

где  $\mathbf{r}$  — уточненный вектор состояния КА;

$\mathbf{r}_0$  — начальное значение вектора состояния КА;

$\mathbf{p}$  — вектор поправок как результат решения КЗ.

$kz4 = \{\mathbf{r} : \mathbf{r}_{зад}\}$ , соответствие полученного решения заданному виду (формат, точность).

Представленная двухэтапная технологическая модель решения слабоструктурированных задач не может претендовать на полноценный алгоритм, но в значительной мере облегчает поиск решения вследствие формализованного преодоления ситуаций, возникающих в результате некорректности отдельных элементов в блоках задачи.

## Заключение

На основании материалов, приведенных в данной статье, можно сделать следующие выводы.

1. Разработана концепция построения технологической модели решения слабоструктурированных задач, основанная на теории множеств.

2. Технологическая модель реализуется последовательным выполнением следующих этапов:

– разработка структурной схемы решения задачи;

– выделение некорректных блоков;

– представление условий некорректности в символах теории множеств.

3. Формирование полного алгоритма решения слабоструктурированной задачи возможно путем включения в разделы математического алгоритма условий некорректности отдельных ее блоков в символах теории множеств.

4. Использование основных понятий теории множеств при разработке алгоритмов задачи позволяет формализовать структурное или вербальное описание некорректности отдельных ее элементов, что дает возможность сформировать формальное решение этой задачи.

## Список литературы

1. Бетанов В.В., Ларин В.К. Использование системного подхода к решению проблемных вопросов функционирования автоматизированного комплекса программ баллистико-навигационного обеспечения полетов КА ГНСС // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы, 2016, т. 3, вып. 1. С. 3–10.
2. Бетанов В.В., Ларин В.К. Концепция построения экспертно-диагностического комплекса для анализа информационных систем // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы, 2018, т. 5, вып. 2. С. 65–72.
3. Бетанов В.В., Ларин В.К. Концепция гибридной технологии баллистико-навигационного обеспечения наземно-космической связи в ГАС РФ «Правосудие» // Правовая информатика, 2018, № 2. С. 39–46.
4. Тарасенко Ф.П. Прикладной системный анализ: Учебник. Томск: Изд-во Томского университета, 2004. 186 с.
5. Бетанов В.В., Ларин В.К., Позяева З.А. Прототип экспертной диагностической системы поиска и коррекции скачков в безразностных фазовых измерениях // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы, 2014, т. 1, вып. 3. С. 73–81.
6. Ларин В.К. Построение прототипа экспертно-диагностической системы анализа траекторной измерительной информации КА // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы, 2017, т. 4, вып. 1. С. 53–60.
7. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженеров. СПб.: Лань, 2009. 400 с.