

УДК 629.7.054:621.396

## Использование методов линейного программирования в задаче планирования сеансов приема целевой информации с КА орбитальной группировки ДЗЗ

А. А. Чернов

к. т. н., АО «Российские космические системы»

e-mail: a2chernov@yandex.ru

**Аннотация.** Рассмотрена постановка и решение задачи оптимального распределения (планирования) сеансов приема целевой информации (ЦИ), получаемой от КА орбитальной группировки (ОГ) ДЗЗ, по ограниченному количеству приемных комплексов (ПК) НКПОР, с учетом приоритетности ЦИ и возможности одновременного попадания в зону радиовидимости пункта приема информации (ЗРВ ППИ) нескольких КА.

Решение рассматриваемой задачи производится в два этапа. На первом этапе решается задача формирования критерия эффективности планирования расписания сеансов приема ЦИ. Критерий эффективности формируется на основе «весовой матрицы» («матрицы приоритетов»), определяющей относительную ценность сеансов приема ЦИ на прямом произведении множеств всех КА ОГ и всех ПК НКПОР. Алгоритм расчета «весовой матрицы» позволяет учесть некоторые априорные требования Оператора ОГ, которые он предъявляет к конечному результату планирования. На втором этапе построенный критерий эффективности используется для постановки и решения собственно задачи оптимального планирования расписания сеансов приема [2].

Задачи и первого и второго этапов ставятся как транспортные задачи целочисленного линейного программирования. Ограничения и особенности задачи планирования расписания сеансов приема позволяют поставить ее как известную в целочисленном линейном программировании «задачу о назначениях». Приведены примеры расчета «весовых матриц» и оптимального расписания сеансов приема, полученные с помощью разработанного программного комплекса.

**Ключевые слова:** орбитальная группировка, оптимальное планирование сеансов приема информации, критерий оптимальности, приоритетность КА

## Application of Linear Programming Methods in Scheduling of Reception Sessions of the Target Information from SC of ERS Orbital Constellation

A. A. Chernov

candidate of engineering science, Joint Stock Company "Russian Space Systems"

e-mail: a2chernov@yandex.ru

**Abstract.** This article considers the problem of optimal allocation (scheduling) of target information (TI) reception sessions from the spacecraft of the ERS orbital constellation (OC) with a limited number of core ground segment (CGS) reception complexes (RC), and suggests its solution, taking into account the priorities of the TI and the possibility of simultaneous presence of several SC in the radio visibility zone (RVZ) of the receiving station (RS).

The solution of the problem is carried out in two stages. The first step is to work out a criterion of efficiency of scheduling of the TI reception sessions. The criterion of effectiveness is based on the "weight matrix" ("priority matrix"), which determines the relative value of the TI reception sessions on the direct product of factors of the orbital constellation SC and all the CGS RC. The algorithm for the "weight matrix" calculation accommodates some a priori requirements of the OC operator, which he specifies for the end result of the scheduling. On the second stage the criterion of efficiency is used to set and solve the problem of optimal scheduling of the reception sessions [2].

The problems of the first and second stages are viewed as transportation problems of integer linear programming. Limitations and features of the problem of reception session scheduling make it possible to view it as the "assignment problem", well known in integer linear programming. Examples of "weight matrix" calculation and optimal scheduling of reception sessions using the developed software are presented.

**Keywords:** orbital constellation, optimal scheduling of information reception sessions, criterion of efficiency, SC priority

## Введение

Одной из особенностей задачи планирования приема ЦИ является учет возможности одновременного попадания в ЗРВ ППИ (зону радиовидимости пунктов приема информации) нескольких КА, в результате чего прием ЦИ с некоторых КА в это время становится невозможным. Для иллюстрации этого положения на рис. 1 приведены результаты моделирования проходов КА ОГ в ЗРВ ППИ «Отрадное» (ППИ «102») 05.08.2015 11:16 ДМВ (676 мин). Орбитальная группировка включает 9 КА, имена которых приведены на рис. 1.

Из рис. 1 следует, что 05.08.2015 11:16 ДМВ в зоне радиовидимости ППИ «Отрадное» одновременно находилось 5 КА: «Метеор-М», «Метеор-М2», «Канопус-В1», «Ресурс-П2», TERRA. На рис. 2 показано развитие ситуации с количеством КА в ЗРВ ППИ в течение указанных суток. В табл. 1 приведены итоговые результаты моделирования проходов КА ОГ в ЗРВ ППИ за 200 сут 2015 г.

Таблица 1.  $n_{КА}^{max}$  — максимальное количество КА, в течение суток одновременно попадающих в ЗРВ ППИ «102», и количество суток (в процентах от времени работы ОГ), в которые это событие происходит

$n_{КА}^{max}$	2	3	4	5
Количество сут, %	19	70	10	1

Из табл. 1 следует, что в каждые сутки одновременное попадание в ЗРВ ППИ нескольких КА орбитальной группировки надо скорее считать правилом, чем исключением. Более того, для рассматриваемой ОГ из 9 КА событие  $n_{КА}^{max} = 3$  реализуется примерно в 3,7 раза чаще, чем событие  $n_{КА}^{max} = 2$ . Следовательно, при функционировании данной ОГ неизбежно будут возникать потери целевой информации, если количество ПК на ППИ будет менее  $n_{КА}^{max} = 3$ .

К другим особенностям, которые должны учитываться при постановке задачи, необходимо отнести требования к оперативности получения принимаемой ЦИ; различия в технических характеристиках и составе ПК ППИ; использование на КА целевой аппаратуры различного разрешения; существование преимуществ для некоторых КА на некото-

рых ПК в определенные периоды времени в обслуживании перед другими КА, а также ряд других особенностей технического характера.

Таким образом, сеансы приема ЦИ от каждого КА ОГ на каждом ПК НКПОР в условиях возможной потери ЦИ, естественно, приобретают большую или меньшую значимость (приоритетность) по отношению друг к другу и возникает необходимость ранжировать КА относительно операции приема ЦИ, т.е. для всех КА на всех ПК установить определенные приоритеты  $p_{ij}$  по приему ЦИ (здесь  $i = 1, \dots, M$  — номер КА;  $j = 1, \dots, N$  — номер ПК), с учетом которых и строить расписание сеансов приема. Приоритеты  $p_{ij}$  объединяются в матрицу приоритетов  $W$  размерности  $M \times N$ ;  $p_{ij}$  — целые положительные числа, наивысший приоритет равен 1 (как в спорте — первое место), самый низкий (когда  $i$ -й КА не обслуживается на  $j$ -м ПК) равен большому числу.

$$W = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1N} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{M1} & p_{M2} & \dots & p_{MN} \end{pmatrix}.$$

Организованная таким образом матрица приоритетов  $W$  может быть использована для построения критерия оптимальности  $F$  в задаче оптимального планирования расписания сеансов приема ЦИ с КА ОГ. Однако отсутствие регулярного алгоритма для получения матрицы  $W$ , которая должна обладать определенными свойствами, обусловленными спецификой задачи, вызывает значительные трудности. Формализуем алгоритм построения матрицы  $W$ .

## Установление отношений порядка на множествах КА ОГ и ПК НКПОР и получение матрицы приоритетов $W$

Положим, что оператор при получении матрицы  $W$  способен сравнить предпочтительность операции приема ЦИ с каждого КА группировки на некотором (одном!) ПК НКПОР и упорядочить множество КА на этом ПК по степени предпочтения, иначе говоря, *установить очередность*

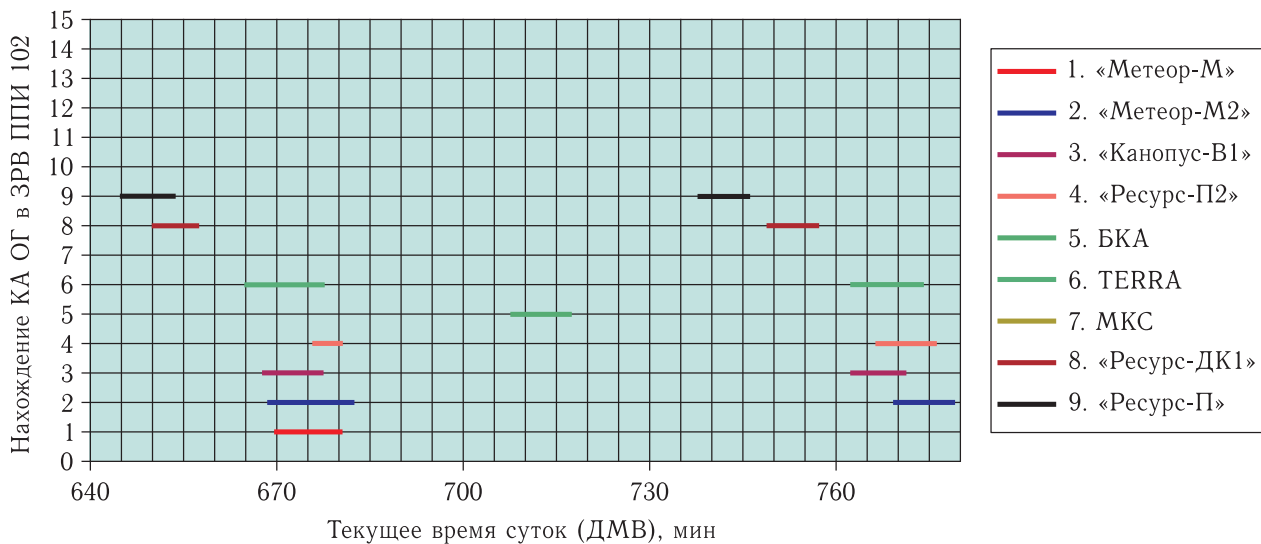


Рис. 1. Прохождения КА ОГ в ЗРВ ППИ «Отрадное»

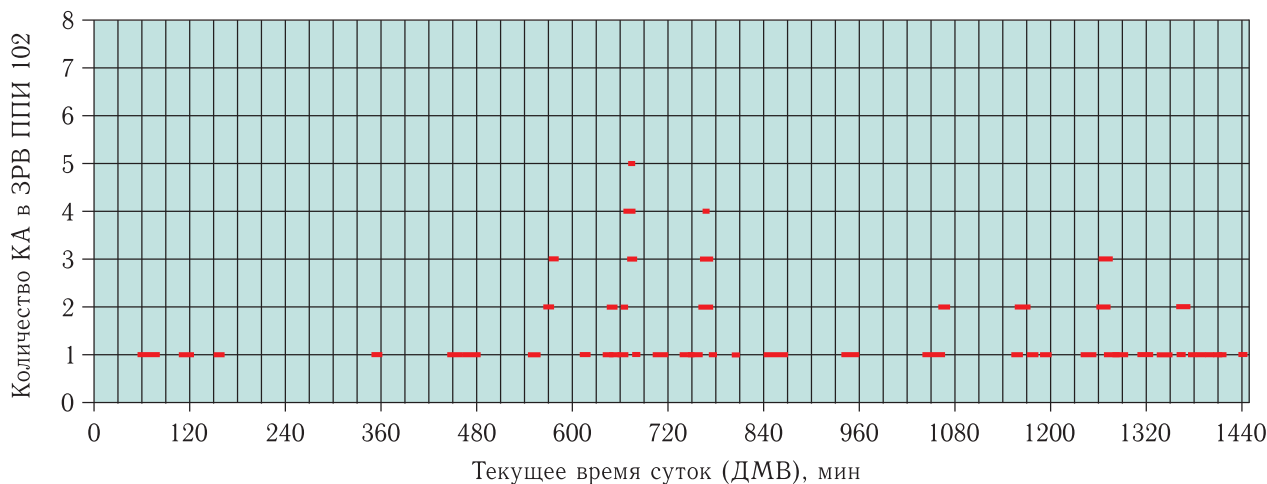


Рис. 2. Количество КА ОГ, одновременно попадающих в ЗРВ ППИ «Отрадное» в течение суток 05.08.2015

обслуживания каждого КА ОГ на заданном ПК. Отметим, что от оператора не требуется, чтобы он соизмерял «предпочтительность» в каких-то единицах, достаточно, чтобы он был способен ранжировать все КА-группировки по степени предпочтительности их обслуживания на данном ПК. Затем такое установление отношений предпочтения (т. е. очередности обслуживания) среди КА ОГ оператор последовательно производит для каждого ПК, задействованного для обслуживания ОГ, составляя из этих отношений столбцы матрицы  $C$  (*column* — столбец) (табл. 2). Если некоторый ПК не задействуется для обслуживания некоторого КА, то соответствующий элемент матрицы  $C$

(на пересечении строки «КА» и столбца «ПК») полагается равным большому числу, например 100.

Условимся также, что очередность обслуживания *строгая*, т. е. два КА не могут иметь один и тот же номер в очереди на обслуживание на данном ПК. В результате матрица  $C$  приобретает вид, подобный приведенному в табл. 2 (числа 100, которые должны стоять в свободных элементах матрицы, не показаны, чтобы упростить зрительное восприятие данных). Подчеркнем, что информация одного столбца никак не связана с информацией другого: столбцы заполняются совершенно независимо друг от друга.

На следующем этапе работы оператор сравнивает предпочтительность операции приема ЦИ

Таблица 2. Приоритетность сеансов приема ЦИ с каждого из КА ОГ на конкретном ПК НКПОР (в столбцах матрицы  $C$ )

	ПК <sub>1</sub>	ПК <sub>2</sub>	ПК <sub>3</sub>	ПК <sub>4</sub>	ПК <sub>5</sub>	ПК <sub>6</sub>	ПК <sub>7</sub>	КА
КА <sub>1</sub>		3	3	3		3	–	«Ресурс-ДК1»
КА <sub>2</sub>		9					–	«Метеор-М»
КА <sub>3</sub>	3	8	7		3		3	«Метеор-М2»
КА <sub>4</sub>	1	4	4	4	1	4	1	«Канопус-В1»
КА <sub>5</sub>		1	1	1	4	1	5	«Ресурс-П2»
КА <sub>6</sub>	2	5	5	5	2	5	2	БКА
КА <sub>7</sub>		6				6	–	МКС
КА <sub>8</sub>		7	6				6	TERRA
КА <sub>9</sub>		2	2	2	5	2	4	«Ресурс-П»

Таблица 3. Приоритетность сеансов приема ЦИ с конкретного КА ОГ на каждом ПК НКПОР (в строках матрицы  $R$ )

	ПК <sub>1</sub>	ПК <sub>2</sub>	ПК <sub>3</sub>	ПК <sub>4</sub>	ПК <sub>5</sub>	ПК <sub>6</sub>	ПК <sub>7</sub>	КА
КА <sub>1</sub>		2	3	1		4		«Ресурс-ДК1»
КА <sub>2</sub>		1						«Метеор-М»
КА <sub>3</sub>	2	3	4		1		5	«Метеор-М2»
КА <sub>4</sub>	1	3	4	5	2	7	6	«Канопус-В1»
КА <sub>5</sub>		2	3	1	4	5	6	«Ресурс-П2»
КА <sub>6</sub>	1	3	4	5	2	7	6	БКА
КА <sub>7</sub>		1				2		МКС
КА <sub>8</sub>		1	2				3	TERRA
КА <sub>9</sub>		2	3	1	4	5	6	«Ресурс-П»

с некоторого КА группировки на всех ПК НКПОР и упорядочивает множество ПК для рассматриваемого КА по степени предпочтения, иначе говоря, устанавливает очередь, в которой *рассматриваемый КА «выбирал бы» ПК для приема передаваемой ЦИ*. Все, что сказано об установлении отношений предпочтения в столбцах матрицы  $C$ , действительно теперь по отношению к строкам матрицы  $R$  (*row* — строка). В результате матрица  $R$  приобретает вид, подобный приведенному в табл. 3. Подчеркнем, что информация в одной строке никак не связана с информацией в другой: строки заполняются совершенно независимо друг от друга. Понятно, что цифра 100 стоит на одних и тех же местах как в матрице  $C$ , так и в матрице  $R$ , поскольку смысл элементов, равных 100, в обеих матрицах одинаков:  $j$ -й ПК с  $i$ -го КА информацию не принимает.

Итак, согласно табл. 2 (т.е. матрице  $C$ ) ранжируются сеансы приема ЦИ с каждого из КА ОГ на конкретном ПК <sub>$j$</sub> ,  $j = 1, 2, \dots, 7$ , а согласно табл. 3 (т.е. матрице  $R$ ) — сеансы приема ЦИ на каждом ПК НКПОР с конкретного КА <sub>$i$</sub> ,  $i = 1, 2, \dots, 9$ . Важно, что опытный оператор устанавливает эти отношения предпочтения, а значит, строит матрицы  $C$  и  $R$ , без особого труда. Однако использовать любую из этих матриц непосредственно при формировании критерия эффективности оптимальной задачи как «весовую» матрицу  $W$

нельзя, так как последняя применяется в алгоритмах оптимизации при одновременном варьировании как КА, так и ПК. А матрицы  $C$  и  $R$  этого делать не позволяют: матрица  $C$  предоставляет корректную информацию для сравнения при переборе ее элементов только в столбцах, а матрица  $R$  — только в строках. Более того, матрицы  $C$  и  $R$ , вообще говоря, могут противоречить друг другу. Поэтому для формирования критерия эффективности задачи оптимального планирования сеансов приема ЦИ необходимо найти матрицу  $W = f(C, R)$ , удовлетворяющую (если это возможно) одновременно как матрице  $C$ , так и матрице  $R$ . Будем говорить в этом случае, что матрица  $W$  есть результат «слияния» матриц  $C$  и  $R$ , и используем обозначение  $W = C \square R$ . Представим способ построения матрицы приоритетности  $W$ .

Для упрощения изложения, но без потери общности, способ получения матрицы  $W$  проиллюстрируем на конкретном примере. Пусть матрицы  $C$  и  $R$  с положительными элементами имеют размерность  $4 \times 3$  ( $M = 4$  — четыре КА и  $N = 3$  — три ПК). Зададим  $C$  и  $R$ , а также искомую матрицу  $W$  той же размерности в виде

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}; \quad R = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{C} \square \mathbf{R} = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} \end{vmatrix}. \quad (1)$$

Для нахождения матрицы  $\mathbf{W}$  потребуем, чтобы элементы в ее столбцах удовлетворяли тем же отношениям порядка, что и элементы в соответствующих столбцах матрицы  $\mathbf{C}$ , а также чтобы наименьший по величине элемент в каждом столбце матрицы  $\mathbf{W}$  был не меньше единицы. В каждом столбце матрицы  $\mathbf{C}$  сравним очередность обслуживания КА на ПК, записывая неравенства для пар КА в порядке возрастания очередности их обслуживания. Тогда, если матрица  $\mathbf{W}$  существует, элементы в первом ее столбце должны удовлетворять системе неравенств:

$$\begin{cases} x_{11} < x_{21} \\ x_{21} < x_{31} \\ x_{31} < x_{41} \\ x_{11} \geq 1 \end{cases}, \text{ или } \begin{cases} 1x_{11} - 1x_{21} + 0x_{31} + 0x_{41} < 0; \\ 0x_{11} + 1x_{21} - 1x_{31} + 0x_{41} < 0; \\ 0x_{11} + 0x_{21} + 1x_{31} - 1x_{41} < 0; \\ 1x_{11} + 0x_{21} + 0x_{31} + 0x_{41} \geq 1. \end{cases} \quad (2)$$

Аналогично записываются системы неравенств для второго и третьего столбцов матрицы  $\mathbf{C}$ .

Добавим в неравенства (2) неизвестные  $y_{11} > 0; y_{21} > 0; y_{31} > 0; y_{41} > 0; y_{12} > 0; y_{22} > 0; y_{32} > 0; y_{42} > 0; y_{13} > 0; y_{23} > 0; y_{33} > 0; y_{43} > 0$ , образующие матрицу  $\mathbf{Y}$ , чтобы получить из (2) соответствующие системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} 1x_{11} - 1x_{21} + 0x_{31} + 0x_{41} + 1y_{11} = 0; \\ 0x_{11} + 1x_{21} - 1x_{31} + 0x_{41} + 1y_{21} = 0; \\ 0x_{11} + 0x_{21} + 1x_{31} - 1x_{41} + 1y_{31} = 0; \\ 1x_{11} + 0x_{21} + 0x_{31} + 0x_{41} - 1y_{41} - 1 = 0; \\ 0x_{12} + 1x_{22} - 1x_{32} + 0x_{42} + 1y_{12} = 0; \\ 0x_{12} + 0x_{22} + 1x_{32} - 1x_{42} + 1y_{22} = 0; \\ -1x_{12} + 0x_{22} + 0x_{32} + 1x_{42} + 1y_{32} = 0; \\ 0x_{12} + 1x_{22} + 0x_{32} + 0x_{42} - 1y_{42} - 1 = 0; \\ 0x_{13} + 0x_{23} + 1x_{33} - 1x_{43} + 1y_{13} = 0; \\ -1x_{13} + 0x_{23} + 0x_{33} + 1x_{43} + 1y_{23} = 0; \\ 1x_{13} - 1x_{23} + 0x_{33} + 0x_{43} + 1y_{33} = 0; \\ 0x_{13} + 0x_{23} + 1x_{33} + 0x_{43} - 1y_{43} - 1 = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Итак, информация, имеющаяся в матрице  $\mathbf{C}$ , реализована при построении системы линейных

уравнений, которые можно использовать для определения основных (в матрице  $\mathbf{W}$ ) и вспомогательных (в матрице  $\mathbf{Y}$ ) неизвестных.

Следуя той же логике, что и при анализе матрицы  $\mathbf{C}$ , перейдем к анализу матрицы  $\mathbf{R}$ . Потребуем, чтобы элементы в четырех строках исходной матрицы  $\mathbf{W}$  удовлетворяли тем же отношениям порядка, что и элементы в соответствующих строках матрицы  $\mathbf{R}$ , а также чтобы наименьший по величине элемент в каждой строке матрицы  $\mathbf{W}$  был не меньше единицы. Добавив в получившиеся неравенства неизвестные  $z_{11} > 0; z_{21} > 0; z_{31} > 0; z_{12} > 0; z_{22} > 0; z_{32} > 0; z_{13} > 0; z_{23} > 0; z_{33} > 0; z_{14} > 0; z_{24} > 0; z_{34} > 0$ , образующие матрицу  $\mathbf{Z}$ , получим, что элементы в строках матрицы  $\mathbf{W}$  должны удовлетворять системам линейных уравнений

$$\begin{cases} 1x_{11} + 0x_{12} - 1x_{13} + 1z_{11} = 0; \\ 0x_{11} - 1x_{12} + 1x_{13} + 1z_{21} = 0; \\ 1x_{11} + 0x_{12} + 0x_{13} - 1z_{31} - 1 = 0; \\ 0x_{21} + 1x_{22} - 1x_{23} + 1z_{12} = 0; \\ -1x_{21} + 0x_{22} + 1x_{23} + 1z_{22} = 0; \\ 0x_{21} + 1x_{22} + 0x_{23} - 1z_{32} - 1 = 0; \\ -1x_{31} + 0x_{32} + 1x_{33} + 1z_{13} = 0; \\ 1x_{31} - 1x_{32} + 0x_{33} + 1z_{23} = 0; \\ 0x_{13} + 0x_{23} + 1x_{33} - 1z_{33} - 1 = 0; \\ 0x_{41} - 1x_{42} + 1x_{43} + 1z_{14} = 0; \\ -1x_{41} + 1x_{42} + 0x_{43} + 1z_{24} = 0; \\ 0x_{41} + 0x_{42} + 1x_{43} - 1z_{34} - 1 = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Задача, таким образом, сводится к решению системы  $2M \cdot N$  линейных уравнений (3) и (4) с  $3M \cdot N$  целыми положительными основными и вспомогательными неизвестными. Несмотря на то, что количество уравнений меньше количества неизвестных, система (а вместе с ней и задача получения матрицы  $\mathbf{W}$ ) может не иметь решений. Если же рассматриваемая система уравнений (3) и (4) совместна, то она имеет не единственное решение. Поэтому будем искать нормальное псевдорешение [1] систем (3) и (4), т.е. такой вектор решения  $\mathbf{w}_0 = (x_{11}, x_{21}, x_{31}, x_{41}, x_{12}, \dots, x_{33}, x_{43})^T$ , который среди всех решений системы имеет наименьшую норму (имеется в виду первая векторная норма  $\|\vec{w}\|_1 = \sum_{k=1}^{M \cdot N} |x_k|$ ). Таким образом,



математическая формулировка задачи нахождения матрицы приоритетов  $\mathbf{W}$  имеет вид: **найти вектор  $w$  решения систем (3) и (4), минимизирующий функционал  $\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M x_{ij}$  при условии, что векторы неизвестных  $w$ ,  $y$  и  $z$  содержат только целые положительные компоненты.** Это задача целочисленного линейного программирования.

Решая эту задачу применительно к матрицам  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{R}$  размерности  $4 \times 3$ , заданных выражениями (1), получаем матрицу приоритетов:

$$\mathbf{W} = \begin{vmatrix} 1 & 9 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 6 & 7 & 1 \\ 9 & 8 & 2 \end{vmatrix}.$$

Для матриц  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{R}$  размерности  $9 \times 7$ , приведенных в табл. 2 и табл. 3 соответственно, в результате использования описанного метода была получена матрица приоритетов:

$$\mathbf{W} = \begin{vmatrix} & 4 & 5 & 3 & & 8 & \\ & 10 & & & & & \\ 5 & 9 & 10 & & 4 & & 11 \\ 1 & 5 & 6 & 7 & 2 & 9 & 8 \\ & 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 13 \\ 2 & 6 & 7 & 8 & 3 & 10 & 9 \\ & 7 & & & & 11 & \\ & 8 & 9 & & & & 14 \\ & 3 & 4 & 2 & 6 & 7 & 12 \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Элементы в столбцах матриц  $\mathbf{W}$  целые и положительные (как и требуется от приоритетов) и удовлетворяют отношениям порядка, установленным оператором ОГ в соответствующих столбцах матрицы  $\mathbf{C}$  и строках матрицы  $\mathbf{R}$ .

Получив матрицу приоритетности  $\mathbf{W}$ , переходим к решению задачи оптимального планирования расписания сеансов приема ЦИ на ПК НКПОР.

## Постановка задачи планирования сеансов приема ЦИ на ПК НКПОР

Для решения задачи ПСП применим метод математического моделирования, часто используемый при решении задач теории массового обслуживания. Определив прохождения КА ОГ в ЗРВ ПК НКПОР за сутки и упорядочив эти прохождения

по времени, получим поток заявок на входе в систему массового обслуживания (СМО), которой, собственно, и является совокупность приемных комплексов. Дисциплина обслуживания — «обслуживание с приоритетом», когда некоторые прохождения КА обслуживаются вне очереди.

Функционирование СМО моделируется в дискретные моменты модельного времени  $T$  с интервалом в одну минуту в течение одних суток. В каждый момент времени  $T$  задается текущее «22-минутное скользящее окно» [2] и определяются все попавшие в него КА ОГ, а также ПК, в ЗРВ которых эти КА имеют прохождения. Далее оцениваются состояния этих КА ОГ (обслуживается/не обслуживается) и этих ПК (принимает/не принимает) в текущий момент времени  $T$ . Таким образом, в момент  $T$  выявляется множество КА, требующих обслуживания (обозначим их количество через  $m \leq M$ ), и множество ПК, которые могут его предоставить (обозначим их количество через  $n \leq N$ ). С учетом этих данных формируется матрица приоритетности  $\mathbf{W}$  размерности  $m \times n$ , строится функционал  $F = f(\mathbf{W})$  и применительно к моменту  $T$  решается распределительная задача, ответом к которой является назначение ПК для обслуживания КА из «22-минутного скользящего окна».

Функционал задачи, подлежащий минимизации в текущий момент  $T$ , формируется как

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij} x_{ij}, \quad (6)$$

где  $p_{ij}$  — элементы матрицы приоритетов  $\mathbf{W}$ ;  $x_{ij}$  — элементы матрицы решения  $\mathbf{X}$ . Элемент матрицы решения  $x_{ij} = 1$ , если ведется прием информации с  $i$ -го КА на  $j$ -м ПК,  $x_{ij} = 0$  — в противном случае. Минимизация функционала обеспечивает максимальный «суммарный приоритет», получаемый на решении задачи.

При поиске решения полагается, что каждый из  $m$  необслуженных КА должен передать информацию на один и только на один из  $n$  свободных ПК; каждый свободный ПК должен быть задействован в приеме информации от одного и только одного, необслуженного КА. Таким образом, в каждом столбце и в каждой строке матрицы решения  $\mathbf{X}$  может находиться только один элемент,

равный 1, а все остальные их элементы равны нулю. Следовательно,  $x_{ij}$  могут рассматриваться как неотрицательные целочисленные решения системы  $m + n$  уравнений, являющихся ограничениями задачи оптимизации:

$$\begin{aligned} x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} &= 1 \quad (i = 1, \dots, m); \\ x_{1j} + x_{2j} + \dots + x_{mj} &= 1 \quad (j = 1, \dots, n). \end{aligned} \quad (7)$$

Сформулированная задача относится к классу транспортных задач целочисленного линейного программирования и известна как «задача о назначениях». Таким образом, при решении задачи планирования сеансов приема применительно к моменту  $T$  дискретного времени осуществляется распределение КА по ПК. Если в отношении первого КА в «22-минутном скользящем окне» в рамках компьютерной программы принято решение о проведении обслуживания, то формируется сигнал «Разрешено обслуживание КА ... на ПК ...». Если такого решения нет — формируются сигналы «Перенос обслуживания КА ... на ПК ...», «КА ... уже обслуживается» или «Отказ обслуживания КА ... на ПК ...». Сигнал «Отказ обслуживания» при прохождении КА в ЗРВ ПК формируется в следующих случаях:

- 1) ПК при прохождении КА занят;
- 2) ПК свободен, но в МП стоит запрет приема с  $i$ -го КА на  $j$ -м ПК ( $p_{ij} = 100$ );
- 3) ПК свободен,  $p_{ij} < 100$ , но за текущим КА в «22-минутном скользящем окне» следует более приоритетный КА, который должен быть обслужен в первую очередь. Применительно к остальным КА из «22-минутного скользящего окна» решение, найденное в «задаче о назначениях», остается нереализованным, если момент их входа в ЗРВ ППИ еще не наступил.

Описанные действия повторяются для следующего момента модельного времени  $(T + 1) \leq 1440$  мин и «задача о назначениях» решается вновь уже применительно к новому «22-минутному скользящему окну».

В качестве примера в табл. 4 приведено решение «задачи о назначениях» для 9 КА и 7 ПК с матрицей приоритетов  $W$ , заданной выражением (5):

В табл. 4 элементы  $x_{ij} = 1$  указывают КА и приемный комплекс, определенный в результате решения «задачи о назначениях» для его обслуживания. Так как приемных комплексов 7, а космических аппаратов 9, то 2 КА («Метеор-М» и TERRA)

Таблица 4

	ПК <sub>1</sub>	ПК <sub>2</sub>	ПК <sub>3</sub>	ПК <sub>4</sub>	ПК <sub>5</sub>	ПК <sub>6</sub>	ПК <sub>7</sub>	КА
$X =$	0	0	0	1	0	0	0	«Ресурс-ДК1»
	0	0	0	0	0	0	0	«Метеор-М»
	0	0	0	0	1	0	0	«Метеор-М2»
	0	0	0	0	0	0	1	«Канопус-В1»
	0	0	1	0	0	0	0	«Ресурс-П2»
	1	0	0	0	0	0	0	БКА
	0	0	0	0	0	1	0	МКС
	0	0	0	0	0	0	0	TERRA
	0	1	0	0	0	0	0	«Ресурс-П»

остались не обслуженными. Решение обеспечивает максимальный суммарный приоритет и соответствует тем предпочтениям и ограничениям, которые задал оператор при формировании матриц  $C$  и  $R$ .

Следующий пример иллюстрирует получение расписания сеансов приема для рассматриваемой ОГ из 9 КА на 08.08.2015. На рис. 3 приведен фрагмент расписания сеансов приема, когда в качестве НКПОР используются всего два приемных комплекса на ППИ г. Железногорска (на рис. 3 использовано обозначение 6ПК и 7ПК ППИ «111»). ОГ имеет 54 прохождения за сутки в ЗРВ ППИ «111». Матрица приоритетов задана выражением (5). В результате решения задачи получено расписание, содержащее 35 сеансов приема (64,8% от 54). Отказы в обслуживании КА (19 отказов) вызваны запретами в матрице приоритетов (5), а также использованием свободных ПК для приема ЦИ с более приоритетных КА. Например, строки 18, 19 и 20 расписания демонстрируют случай, когда программа «отказывает» в обслуживании КА TERRA и «Метеор-М» на свободном 7ПК, т.к. через 9 мин назначит 7ПК для приема ЦИ с более приоритетного КА «Метеор-М2».

## Заключение

Рассмотрена задача оптимального распределения сеансов приема целевой информации, получаемой от орбитальной группировки КА ДЗЗ, по приемным комплексам НКПОР в условиях их недостаточности. Распределение сеансов приема ставилось

## 6. Планирование сбросов ЦИ с КА в дату 08.08.2015

Рассматриваемые варианты НК ПОР: 111 Количество КА в ОГ равно 9

№ п/п	КА	№ вит.	Сут вит	ДМВ сеанса	ППИ	ПК	УМ max	Длит.мин	Комментарий
1	Ресурс-ДК1	51059	12	02:39:08 ...	03:01:08	111	6ПК	36.81	9.78 Разрешен СБРОС ЦИ на 6ПК
2	Метеор-М	30558	3	03:23:22 ...		111	0	10.28	ОТКАЗ обслуживания КА "Метеор-М" на ППИ 111 из-за запрета в МП
3	Ресурс-ДК1	51060	13	04:17:06 ...	04:39:06	111	6ПК	42.76	10.07 Разрешен СБРОС ЦИ на 6ПК
4	Метеор-М	30559	4	05:02:10 ...		111	0	50.94	12.65 ОТКАЗ обслуживания КА "Метеор-М" на ППИ 111 в пользу КА "Метеор-М2"
5	Метеор-М2	5615	4	05:06:31 ...	05:28:31	111	7ПК	20.38	10.73 Разрешен СБРОС ЦИ на 7ПК
6	Канопус-В1	17892	9	05:34:32 ...	05:56:32	111	7ПК	6.34	3.1 Разрешен СБРОС ЦИ на 7ПК
7	Ресурс-ДК1	51061	14	05:57:08 ...		111	0	16.54	6.25 ОТКАЗ обслуживания КА "Ресурс-ДК1" на ППИ 111 в пользу КА "БКА"
8	Ресурс-П	11904	3	06:03:07 ...	06:25:07	111	6ПК	12.01	6.1 Разрешен СБРОС ЦИ на 6ПК
9	БКА	16887	10	06:12:23 ...	06:34:23	111	7ПК	14.89	6.98 Разрешен СБРОС ЦИ на 7ПК
10	TERRA	83178	3	06:40:22 ...		111	0	22.96	10.07 ОТКАЗ обслуживания КА "TERRA" на ППИ 111 в пользу КА "Метеор-М2"
11	Метеор-М	30560	5	06:42:28 ...		111	0	37.13	12.05 ОТКАЗ обслуживания КА "Метеор-М" на ППИ 111 в пользу КА "Метеор-М2"
12	Метеор-М2	5616	5	06:46:16 ...	07:08:16	111	7ПК	87.53	12.93 Разрешен СБРОС ЦИ на 7ПК
13	Канопус-В1	17893	10	07:04:34 ...	07:26:34	111	6ПК	32.97	8.7 Разрешен СБРОС ЦИ на 6ПК
14	Ресурс-П	11905	4	07:35:17 ...	07:57:17	111	6ПК	82.12	8.75 Разрешен СБРОС ЦИ на 6ПК
15	Ресурс-ДК1	51062	15	07:37:16 ...		111	0	13.12	7.45 ОТКАЗ обслуживания КА "Ресурс-ДК1" на ППИ 111 в пользу КА "БКА"
16	БКА	16888	11	07:44:36 ...	08:06:36	111	7ПК	87.37	9.3 Разрешен СБРОС ЦИ на 7ПК
17	Ресурс-П2	3443	3	08:05:00 ...	08:27:00	111	6ПК	17.31	7.18 Разрешен СБРОС ЦИ на 6ПК
18	TERRA	83179	4	08:17:53 ...		111	0	67.62	11.5 ОТКАЗ обслуживания КА "TERRA" на ППИ 111 в пользу КА "Метеор-М2"
19	Метеор-М	30561	6	08:23:21 ...		111	0	11.34	7.77 ОТКАЗ обслуживания КА "Метеор-М" на ППИ 111 в пользу КА "Метеор-М2"
20	Метеор-М2	5617	6	08:26:53 ...	08:48:53	111	7ПК	22.9	10.83 Разрешен СБРОС ЦИ на 7ПК
21	Канопус-В1	17894	11	08:38:28 ...	09:00:28	111	6ПК	30.87	8.7 Разрешен СБРОС ЦИ на 6ПК
22	Ресурс-П	11906	5	09:09:07 ...	09:31:07	111	7ПК	12.26	6.02 Разрешен СБРОС ЦИ на 7ПК
23	Ресурс-ДК1	51063	1	09:16:01 ...		111	0	22.6	9.12 ОТКАЗ обслуживания КА "Ресурс-ДК1" на ППИ 111 в пользу КА "Ресурс-П2"

8 августа 2015 г.

Страница 1 из 3

Рис. 3. Фрагмент отчета «Планирование сбросов ЦИ»

в зависимости от приоритетности информации, принимаемой на интервале планирования, на множестве всех КА и ПК. Приоритетность информации задавалась «матрицей приоритетов», определяющей относительную важность сеансов приема целевой информации с КА ОГ на ПК. В работе предложен автоматизированный алгоритм нахождения «матрицы приоритетов» (т.е. «весовой» матрицы), который позволяет учесть некоторые априорные требования Оператора ОГ, предъявляемые к конечному результату планирования. «Матрица приоритетов» затем используется для построения критерия оптимальности и решения собственно задачи оптимального планирования расписания сеансов приема.

Задачи построения «матрицы приоритетов» и оптимального планирования расписания сеансов приема ставятся как транспортные задачи целочисленного линейного программирования. Ограничения и особенности задачи планирования расписания сеансов приема позволяют поставить ее как из-

вестную в целочисленном линейном программировании «задачу о назначениях». Приведены примеры расчета «весовых матриц» и оптимального расписания сеансов приема, полученные с помощью разработанного программного комплекса.

Данный алгоритм может быть задействован для построения «весовых» матриц в задачах оптимизации, в которых уместно использование понятия приоритетности при формировании критерия оптимальности.

## Список литературы

1. Воеводин В. В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977. 304 с.
2. Гончаров А. К., Чернов А. А. Планирование сеансов приема информации с космических аппаратов орбитальной группировки при ограниченном количестве приемных комплексов // Космонавтика и ракетостроение, 2014, вып. 1 (74). С. 180–189.