

УДК 621.39.1 DOI 10.17238/issn2409-0239.2017.2.38

## Вероятностная модель спутникового радиоканала связи при малых углах места

В. В. Звонарев<sup>1</sup>, И. А. Карабельников<sup>2</sup>, И. Ю. Парамонов<sup>3</sup>, А. С. Попов<sup>4</sup>

<sup>2,3</sup>к. т. н., <sup>4</sup>д. т. н., проф.

Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия

e-mail: Zvonarevitalii@yandex.ru

**Аннотация.** В статье представлена синтезированная вероятностная модель спутникового радиоканала с замираниями сигнала при малых углах места в виде многомерной редуцированной вероятностной меры, учитывающая динамические характеристики случайного процесса замираний. Модель является основанием для расчета характеристик радиоканала приема информации при замираниях. Использование предлагаемой модели позволяет получить численные зависимости вероятности передачи сообщения как показателя качества связи от динамических характеристик процесса замираний (интервала корреляции, длительности и объема сообщений, статистических параметров). На основе синтезированной вероятностной модели определено и исследовано влияние отношения интервала корреляции к интервалу сеанса связи на вероятность безобрывной связи. Вероятность безобрывной связи на конечном интервале времени показывает вероятность того, что в течение этого времени уровень сигнала не становится ниже заданного порогового значения. Для расчета вероятности безобрывной связи выведена и представлена общая формула многомерной плотности вероятности для рэлеевской статистики замираний, учитывающая динамические характеристики случайного процесса замираний.

**Ключевые слова:** радиоканал, надежность связи, замирания сигналов, вероятность безобрывного приема сообщения, плотность вероятности

## Probabilistic Model of Satellite Radio Communication Channel at Small Elevation Angles

V. V. Zvonarev<sup>1</sup>, I. A. Karabelnikov<sup>2</sup>, I. Yu. Paramonov<sup>3</sup>, A. S. Popov<sup>4</sup>

<sup>2,3</sup>candidate of engineering science; <sup>4</sup>doctor of engineering science, professor

Mozhaysky Military Space Academy, Saint Petersburg, Russia

e-mail: Zvonarevitalii@yandex.ru

**Abstract.** The article presents a synthesized probabilistic model of a satellite radio channel with signal fading at small elevation angles in the form of a multidimensional reduced probability measure that takes into account the dynamic characteristics of the random fading process. The model is the basis for calculating the characteristics of the receiving radio channel when fading occurs. The proposed model makes it possible to obtain numerical dependences of the probability of message transmission as indicators of the quality of communication from the dynamic characteristics of the fading process (correlation interval, duration and volume of messages, statistical parameters). Based on the synthesized probabilistic model, the influence of the ratio of the correlation interval to the communication session interval on the probability of a non-disruptive communication was determined and investigated. The probability of a seamless connection in a finite time interval is the probability that during this time the signal level does not fall below a specified threshold value. To calculate the probability of a non-disruptive communication, a general formula of the multidimensional probability density for Rayleigh fading statistics is derived and presented, taking into account the dynamic characteristics of the random fading process.

**Keywords:** radio channel, reliability of communication, signal fading, probability of unobstructed reception of messages, probability density

## Введение

В радиоканале связи между геостационарным спутниковым ретранслятором и наземной абонентской станцией, расположенной в высокоширотной области Земли, и при малых углах места возникают замирания сигнала [1, 2]. Качество связи существенно снижается, и возникает риск отказа [3]. Для ослабления влияния замираний необходимо применение специальных мер, определяемых в первую очередь выбираемым показателем качества канала связи или моделью замираний сигнала. Основными показателями в этом случае приняты [4, 5]: средняя вероятность ошибки приема информационного символа (битовой ошибки [6]), вероятность правильного приема сообщения (кодовой группы), «надежность связи». Наиболее информативным предполагается второй показатель, так как информации осредненных значениях уровней принимаемых сигналов недостаточно для того, чтобы получить значения характеристик систем радиосвязи. Необходимо также учитывать их изменения во времени, пространстве, зависимость от частоты [7].

## Синтез вероятностной модели процесса замираний в радиоканале

В качестве основного показателя примем вероятность правильного приема (передачи)  $P$  сообщения конечной (заданной) длительности  $T$  с вероятностью ошибки приема информационного символа  $P_{\text{ош}}$  не больше (не хуже) заданной ( $P_{\text{ош}} \leq P_{\text{ош зад}}$ ). Критерием качества связи принимается величина показателя не меньше требуемого, т. е.  $P \geq P_{\text{треб}}$ . При этом, в отличие от известных подходов, учитывается динамика (временные характеристики, например длительность интервала корреляции) случайного процесса замираний, чего раньше не предполагалось.

Необходимо отметить, что в такой формулировке показатель  $P$  должен иметь вид  $P = P_{\text{пр}} P_c$ , где  $P_{\text{пр}}$  — вероятность правильного приема сообщения в канале с постоянными параметрами, т. е. без замираний, и с вероятностью ошибки приема информационного символа, равной пороговому значению  $P_{\text{ош зад}}$ , а  $P_c$  — параметр вероятности безоб-

рывного приема сообщения, т. е. вероятность того, что на длительности сообщения уровень сигнала не упадет ниже порогового значения.

Подход к нахождению вероятности безобрывного приема (передачи) сообщения  $P_c$  можно представить в следующем виде. Рассмотрим множество реализаций случайного процесса замираний на длительности сообщения. Примем пороговое (максимально допустимое) значение битовой ошибки и определим вероятностную меру того подмножества реализаций, которые за указанный период нигде не принимают значения ниже порогового. Это и будет искомая вероятностная мера  $P$ .

Известно, что вероятностная мера  $P$  по А. Н. Колмогорову определяется вероятностным пространством в виде математической структуры  $\{\Omega, \Sigma, P\}$ , где  $\Omega$  — множество элементарных событий  $\omega_i$ ,  $\Sigma$  —  $\sigma$ -алгебра всех подмножеств-событий множества элементарных событий,  $P$  — вероятностная мера на  $\sigma$ -алгебре подмножеств множества  $\Omega$ . Главным условием существования вероятностной меры  $P$  на  $\sigma$ -алгебре подмножеств является то, что эти подмножества должны иметь свойство измеримости, т. е. быть борелевскими множествами. Множества реализаций случайного непрерывного процесса не являются борелевскими, а значит, в прямой постановке вероятностная мерана них задана быть не может, поэтому решение следует искать в области приближенных (редуцированных) моделей [8]. Предлагается непрерывную реализацию приближенно аппроксимировать ломаной линией на конечном числе временных сечений на интервале длительности передаваемого сообщения, как это, например, представлено на рис. 1 [9].

Аппроксимирующая ломаная однозначно задается координатами своих вершин, которые можно представить в виде  $n$ -мерного вектора или точки в  $n$ -мерном пространстве, координатами которой являются составляющие  $n$ -мерного вектора:

$$\mathbf{x}^T = [x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n],$$

где  $x_i = x(t_i)$ ,  $i \in (1 \dots n)$ ,  $T$  — знак транспонирования.

Увеличивая количество сечений времени  $n$  на интервале  $T$ , мы приближаем аппроксимирующую ломаную к истинной реализации.

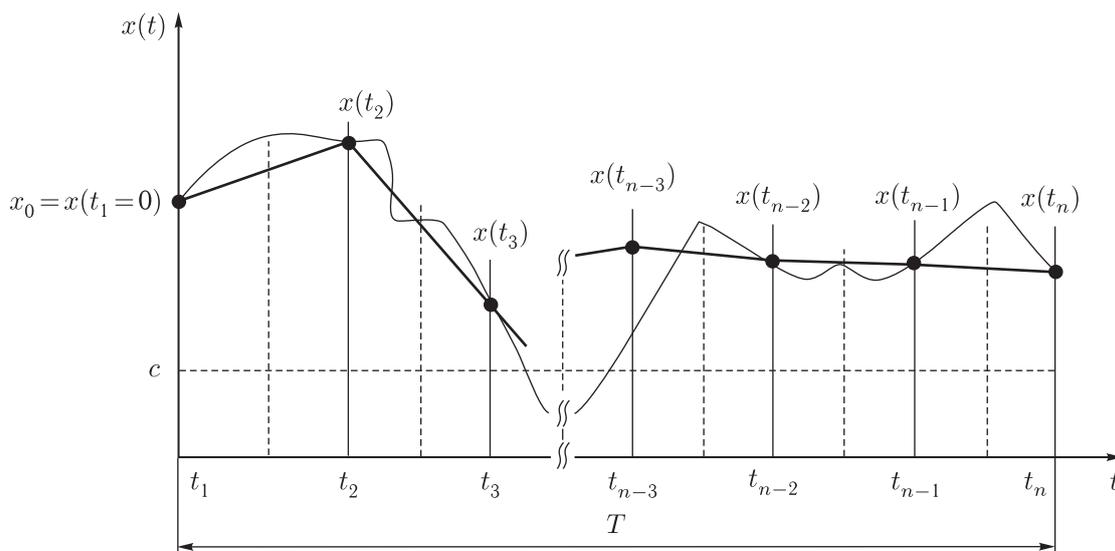


Рис. 1. Аппроксимация непрерывной реализации случайного процесса ломаной линией с «вершинами» во временных сечениях внутри наблюдаемого отрезка времени  $T$

На пространстве конечной размерности, т. е. на пространстве ломаных случайных линий (со случайными значениями в вершинах), вероятностную меру задать можно. Тогда искомая вероятностная мера существует. Она задается  $n$ -мерной плотностью вероятности (ПВ) или функцией распределения вероятностей (ФРВ). Обозначим  $n$ -мерную ПВ символом  $w(\mathbf{x})$ . Если обозначить пороговое значение  $c$ , то вероятность безобрывной связи на интервале длительности сообщения  $T$  вычисляется по формуле:

$$P_c = \int_c^\infty \int_c^\infty \dots \int_c^\infty w_n(r_1, r_2, \dots, r_n) dr_1, r_2, \dots, r_n = \int_c^\infty \int_c^\infty \dots \int_c^\infty w_n(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (1)$$

где  $c$  — заданный минимальный уровень сигнала,  $w_n(\mathbf{r})$  —  $n$ -мерная ПВ, задающая вероятностную меру в  $n$ -мерном пространстве,  $\mathbf{r}$  — вектор значений случайного процесса в  $n$  сечениях на интервале  $T = t_n - t_1$ .

Для примера возьмем пятимерную рэлеевскую ПВ. Процесс замираний выбран марковским с экспоненциальной функцией коэффициента корреляции, что отражено в структуре подынтегральной

функции. Тогда формулу (1) можно представить в следующем виде [9]:

$$P_c = \int_C^\infty \int_C^\infty \int_C^\infty \int_C^\infty \int_C^\infty \frac{r_1 r_2 r_3 r_4 r_5}{\sigma^{10} (1 - R_0^2)^4} \times \exp \left\{ - \frac{r_1^2 + (1 + R_0^2) r_2^2 + (1 + R_0^2) r_3^2 + (1 + R_0^2) r_4^2 + r_5^2}{2\sigma^2 (1 - R_0^2)} \right\} \times I_0 \left[ \frac{R_0 r_4 r_5}{\sigma^2 (1 - R_0^2)} \right] I_0 \left[ \frac{R_0 r_3 r_4}{\sigma^2 (1 - R_0^2)} \right] \times I_0 \left[ \frac{R_0 r_2 r_3}{\sigma^2 (1 - R_0^2)} \right] I_0 \left[ \frac{R_0 r_1 r_2}{\sigma^2 (1 - R_0^2)} \right] dr_1 r_2 r_3 r_4 r_5, \quad (2)$$

где  $\sigma$  — среднеквадратическое отклонение процесса замираний сигнала,  $I_0$  — функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента,  $R_0 = R_0(\tau) = R_0(t_2 - t_1) = \sqrt{R_c^2(\tau) + R_s^2(\tau)}$ , где  $R_c(\tau)$ ,  $R_s(\tau)$  — функции коэффициентов корреляции квадратурных составляющих двумерного гауссовского узкополосного случайного процесса, порождающего рэлеевский случайный процесс.

Результаты расчета по формуле (1) представлены на рис. 2.

Из графика на рис. 2 следует:

1. Чем меньше отношение интервала корреляции к интервалу сеанса связи, тем меньше вероятность безобрывной связи. Показатель надежности

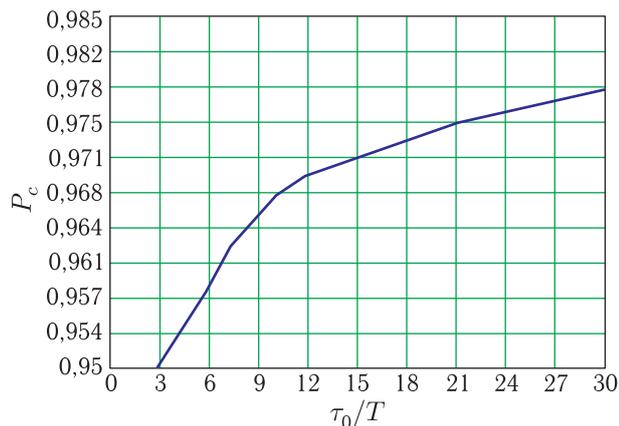


Рис. 2. Зависимость вероятности безошибочного приема сообщения от отношения  $\tau_0/T$

связи имеет постоянное значение, так как расчеты, проводимые на усреднении всей реализации (по одномерным ПВ), не учитывают динамических характеристик (интервал корреляции, конечный промежуток времени передачи). Таким образом, когда отношение интервала корреляции к интервалу сеанса связи невелико, показатель надежности связи не достаточно полно характеризует качество приема сообщения.

2. С увеличением отношения интервала корреляции к интервалу времени передачи сообщения график, построенный по многомерной ПВ, асимптотически стремится к параметру канала «надежность связи» [4], построенному по одномерной ПВ. Это явление показывает непротиворечивость предлагаемой методики расчета вероятности правильного приема сообщения и существующей методики расчета надежности связи при сближении условий их применимости.

3. При увеличении отношения длительности интервала корреляции к длительности интервала сообщения показатель вероятности безошибочной связи вырождается в показатель надежности связи. Тем самым показано, что надежность связи является частным случаем вероятности безошибочной связи на конечном временном интервале.

4. Проведенные вычисления в программе MathCad показывают зависимость вероятности приема сообщения от кратности интеграла при одинаковом отношении длительности интервала корреляции к длительности интервала сообщения.

Количество сечений может быть ограничено пятью, так как дальнейшее увеличение числа сечений приводит к изменению вероятности безошибочной связи менее 1% при заданном отношении длительности интервала корреляции к длительности сеанса связи [9]. При достаточно малых отношениях интервала корреляции к интервалу сеанса связи вероятность безошибочной связи, рассчитываемая по многомерной ПВ, существенно отличается от параметра надежности связи.

## Заключение

Для радиоканала передачи дискретных сообщений в условиях замираний важной характеристикой является вероятность правильного приема сообщения как в отсутствие, так и при наличии организованных помех. Традиционный параметр надежности связи не тождествен этой вероятности. При определении ее необходим иной подход, а именно введение дополнительной характеристики радиоканала связи при наличии замираний. Такой характеристикой может быть вероятность безошибочной (ненарушаемой) связи при передаче дискретных сообщений конечной длительности.

Проведенные вычисления в программе MathCad показали существование зависимости вероятности безошибочного приема сообщения от кратности интеграла при одинаковом отношении интервала корреляции к интервалу сеанса связи [7]. На рис. 2 хорошо видно, что при достаточно малых отношениях интервала корреляции к интервалу сеанса связи вероятность правильного приема сообщений уменьшается, стремится к нулю. Это следует учитывать при согласовании длительности сообщений с интервалом корреляции процесса замираний.

Использование предлагаемого показателя качества связи в канале с замираниями позволяет:

- без искусственной потери пропускной способности канала обеспечить с высокой точностью поддержание требуемого качества канала в текущем (реальном) времени;
- прогнозировать вероятность правильного приема сообщения при использовании требуемых мер установления режимов передачи дискретных сообщений.

## Список литературы

1. *Honde D. B., Theodold D. N. Devastirvatham D. N. J.* Amplitude scintillation AT 2 and 30 GHz on earth space paths. La Baule: Commission F. Colloq, 1977. P. 421–425.
2. *Pratt T., Browning D. J.* Attenuation measurements for A 30 GHz satellite earth-path in central England. La Baule: Commission F. Colloq, 1977. P. 357–360.
3. Метод прогнозирования динамики замирания сигнала на трассах Земля–космос: рекомендация МСЭ-R, 2005. P. 1623-1. <http://itu.int>
4. *Финк Л. М.* Теория передачи дискретных сообщений. М.: Советское радио, 1970. 728 с.
5. *Коричнев Л. П., Королев В. Д.* Статистический контроль каналов связи. М.: Радио и связь, 1989. 240 с.
6. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2-е. М.: ИД «Вильямс», 2003. 1104 с.
7. Распределения вероятностей, касающихся моделирования распространения радиоволн: рекомендация МСЭ-R P.1057-2. 2007. <http://itu.int>
8. *Шебакпольский М. Ф., Царев А. Б., Крахмалева М. М., Волков Э. В., Родионов А. Ю.* Оптимизация сигнально-кодовых конструкций для связанных радиоканалов с глубокими рэлеевскими замираниями // Труды III Всероссийской конференции «Радиолокация и радиосвязь». ИРЭ РАН, 2009. С. 464–469.
9. *Звонарев В. В., Попов А. С.* Вероятность безобрывной связи как показатель эффективности канала с замираниями: тематический сборник ВА войскового ПВО ВС. Вып. 12. М., 2014. С. 55–60.