

УДК 629.052.3

## Оценка радионавигационных параметров сигналов ГНСС в режиме когерентного адаптивного приема с использованием алгоритма сигма-точечного фильтра Калмана

В. В. Шаврин<sup>1</sup>, В. И. Тисленко<sup>2</sup>, В. А. Филимонов<sup>3</sup>, В. Ю. Лебедев<sup>4</sup>

<sup>1,3</sup>аспирант, <sup>2</sup>д. т. н., проф., <sup>4</sup>к. т. н.

Томский университет систем управления и радиоэлектроники

e-mail: Svv281088@gmail.com, wolar1491@yandex.ru

**Аннотация.** Рассмотрен алгоритм построения многоконтурной системы слежения за радионавигационными параметрами сигналов навигационных спутников в приемнике космического потребителя СРНС. Рассмотренная схема слежения не содержит дискриминаторов по радионавигационным параметрам. Оценки временной задержки, доплеровского сдвига и фазы формируются при совместной обработке квадратурных сигналов трех корреляторов в адаптивном фильтре, состоящем из нескольких парциальных каналов, настроенных на различные значения начальной фазы входного сигнала. Квазиоптимальные совместные оценки параметров реализуются с использованием сигма-точечного алгоритма фильтра Калмана. Исследованы среднеквадратичные погрешности оценок и вероятность срыва слежения при различных отношениях энергетического отношения сигнал/шум.

**Ключевые слова:** оценка параметров, временная задержка, фаза, частота, фильтр Калмана, коррелятор, адаптивный фильтр

## Evaluation of the Radio Navigational Parameters of GNSS Signals in Coherent Adaptive Reception Mode Using the Kalman Sigma-Point Filter Algorithm

V. V. Shavrin<sup>1</sup>, V. I. Tislenko<sup>2</sup>, V. A. Filimonov<sup>3</sup>, V. Yu. Lebedev<sup>4</sup>

<sup>1,3</sup>post-graduate student, <sup>2</sup>doctor of engineering science, professor, <sup>4</sup>candidate of engineering science

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics

e-mail: Svv281088@gmail.com, wolar1491@yandex.ru

**Abstract.** An algorithm for constructing a multi-loop tracking system for radio navigation parameters of navigation satellite signals in the GNSS receivers of spacecraft is considered. The examined tracking scheme contains no discriminators for radio navigation parameters. The estimated delay, Doppler shift and phase are formed through the joint processing of quadrature signals of three correlators in the adaptive filter, consisting of several partial channels tuned to different values of the initial phase of the input signal. Quasi-optimal joint estimation of the parameters is performed using the Kalman sigma-point filter algorithm. The RMS error estimates and the probability of tracking failure for different signal-to-noise ratios are studied.

**Keywords:** parameter estimation, time delay, phase, frequency, Kalman filter, correlator, adaptive filter

## Введение

В последнее время решению задачи навигации космических аппаратов (КА) по сигналам спутниковых радионавигационных систем (СРНС) уделяется большое внимание. Отличие данной задачи от задачи определения координат потребителя на Земле являются более «тяжелые» условия функционирования систем автономной навигации. Уровни сигналов могут опускаться до 20–25 дБ/Гц; диапазон доплеровских частот  $\pm 60$  кГц; скорости изменения доплеровских частот  $\dot{f}_D \approx -110-40$  Гц/с.

Наиболее распространена структура СС, состоящая из дискриминаторов и следящего фильтра [1–4]. При этом выполняют раздельный синтез оптимальных дискриминаторов и оптимальных фильтров слежения [1, 2]. Синтез дискриминатора выполняется в предположении постоянства параметров.

Дискриминатор реализует максимально правдоподобные оценки. Синтез фильтра в контуре слежения выполняется в предположении гауссовости апостериорной плотности вероятностей оцениваемых параметров для сигналов на выходе дискриминаторов и его представлении в виде линейного статистического эквивалента.

В работе предложен альтернативный подход к построению контура слежения, он не требует применения дискриминаторов. При этом на вход следящего фильтра поступают гауссовские дискретные процессы с выходов корреляторов и в СС реализуется режим когерентного адаптивного накопления на интервале периода дальномерного кода (1 мс). Следящая многоконтурная система содержит несколько парциальных каналов, в каждом из которых реализуется квазиоптимальный сигматочечный алгоритм нелинейного фильтра Калмана на основе УТ-преобразования (UKF) [12].

Существует ряд работ, в которых авторы также используют алгоритм UKF для синтеза СС в задачах оценки параметров сигнала [5–9]. Однако в этих работах рассматривают задачу нелинейной фильтрации в системе фазовой автоподстройки (ФАП) [5, 6] либо в качестве наблюдений принимают отсчеты с корреляторов, образованные при некогерентном накоплении на интервале до 20 мс [7, 8].

## Постановка задачи

Синтез следящей системы на основе марковской теории нелинейной фильтрации [10] предполагает задание математических моделей для вектора состояния (ВС)  $\mathbf{x}(t)$  и вектора наблюдений  $\mathbf{z}(t)$ . Уравнения, определяющие эти модели, имеют следующий общий вид [1, 2]:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{n}(t); \\ \mathbf{z}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{v}(t), \end{cases} \quad (1)$$

где  $\mathbf{f}(\cdot)$  и  $\mathbf{h}(\cdot)$  — вектор-функции своих аргументов;  $\mathbf{n}(t)$  — вектор белых гауссовых шумов состояния;  $\mathbf{v}(t)$  — вектор белых гауссовых шумов наблюдений.

Рассмотрим задачу совместной оценки радионавигационных параметров в когерентном режиме. В этом случае определим модель ВС системы в виде системы линейных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) \equiv \dot{\tau}(t) = -\frac{f_D(t)}{f_0}; \\ \dot{x}_2(t) \equiv \dot{\varphi}(t) = 2\pi f_D(t); \\ \dot{x}_3(t) \equiv \dot{f}_D(t) = v(t); \\ \dot{x}_4(t) \equiv \dot{v}(t) = n(t), \end{cases} \quad (2)$$

где  $v(t)$  — скорость изменения частоты Доплера;  $n(t)$  — белый гауссовский шум состояния по ускорению для частоты Доплера со спектральной плотностью мощности  $Sn$ ;  $f_0$  — несущая частота. Уравнения (2) имеют случайные гауссовские начальные условия с заданным вектором средних значений и матрицей ковариаций  $\mathbf{P}_0$ .

В [1, 2] предложены различные варианты дискриминаторов, каждый из которых может применяться в зависимости от задачи. Для когерентного режима слежения, например, используют дискриминаторы, мгновенное значение сигнала на выходе которых определено [1, 2] соотношениями

$$\begin{aligned} u_{\tau,k} &= (I_{P,k}(I_{E,k} - I_{L,k}) + Q_{P,k}(Q_{E,k} - Q_{L,k})), \\ u_{\omega,k} &= (I_{P,k}Q_{P,k-1} - I_{P,k-1}Q_{P,k})/T, \\ u_{\varphi,k} &= -\arctan(Q_{P,k}/I_{P,k}), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $I_{P,E,L}(\varepsilon_\tau, \varepsilon_\omega, \varepsilon_\varphi)$  и  $Q_{P,E,L}(\varepsilon_\tau, \varepsilon_\omega, \varepsilon_\varphi)$  — синфазные и квадратурные точные (P), ранние (E)

и поздние ( $L$ ) квадратуры на выходе корреляторов;  $\varepsilon_\tau, \varepsilon_\omega, \varepsilon_\varphi$  — соответственно рассогласования между задержкой, частотой и фазой входного сигнала и сигнала опорного генератора. Здесь  $\varepsilon_\tau = x_{1,k} - \widehat{x}_{1,k/k-1}$ ,  $\varepsilon_\varphi = x_{2,k} - \widehat{x}_{2,k/k-1}$  и  $\varepsilon_\omega = x_{3,k} - \widehat{x}_{3,k/k-1}$ .

Средние значения сигналов на выходах дискриминаторов (3), их вариации и параметры линейных эквивалентов приведены в [1, 2]. Это позволяет применить алгоритмы линейной фильтрации для синтеза фильтров сглаживания. Известно, что методология синтеза СС с использованием дискриминаторов имеет ряд ограничений, которые не обеспечивают в общем случае оптимальность оценок навигационных параметров сигналов. В частности, это обусловлено следующими факторами:

- негауссовость сигналов на выходе нелинейных дискриминаторов не позволяет строго использовать линейный оптимальный фильтр сглаживания;
- замена нелинейного дискриминатора его линейным статистическим эквивалентом упрощает синтез линейных цепей сглаживания, однако не учитывает реальные свойства процессов на выходе;
- ограничения, введенные при синтезе оптимальной следящей системы, нарушаются тем сильнее, чем меньше отношение сигнал/шум.

Перечисленные выше ограничения снимаются в случае решения задачи синтеза следящей системы в целом. При этом в качестве наблюдений для следящего фильтра следует использовать непосредственно выходные квадратурные сигналы корреляторов.

Синфазные  $I_{P,E,L}$  и квадратурные  $Q_{P,E,L}$  компоненты определяют взаимную ковариационную функцию по параметрам рассогласования  $\varepsilon_\tau, \varepsilon_\omega, \varepsilon_\varphi$  входного сигнала и реплик, формируемых в приемнике. Эти компоненты являются совместно гауссовскими случайными дискретными процессами. Средние значения  $\bar{I}, \bar{Q}$ , дисперсии  $D[I_P], D[Q_P]$  и необходимые ковариационные моменты квадратур приведены, например, в [1, 2]. Максимальный уровень для  $\bar{I}, \bar{Q}$  определяют параметры:  $q_{C/N_0}$  [Дб/Гц] — отношение мощности полезного сигнала к спектральной плотности белого шума

на входе приемника и  $T$  — время когерентного накопления.

Задача синтеза оптимальной СС в предложенном варианте относится к классу нелинейных задач с гауссовскими векторами состояний и наблюдений. Для ее решения возможно использовать известные квазиоптимальные алгоритмы теории нелинейной марковской (байесовской) фильтрации [10].

## Метод решения задачи

Поставленная задача синтеза СС определена линейными дифференциальными уравнениями модели состояний (2) и нелинейными наблюдениями в виде шести уравнений для  $I_{P,E,L}$  и  $Q_{P,E,L}$ . Как правило, для ее решения используют квазиоптимальный алгоритм расширенного фильтра Калмана (Extended Kalman Filter — EKF).

Более корректно решение нелинейных задач фильтрации выполняется при использовании сигма-точечного алгоритма фильтра Калмана [11] (Sigma-Point Kalman Filter — SPKF), предложенного, по существу, ранее в [12] на основе УТ-преобразования (Unscented Transformation) и названного первоначально UKF (Unscented Kalman Filter). Высокое (в общем случае) в сравнении с EKF качество оценок обеспечивается тем, что здесь традиционная (на основе ряда Тейлора) аппроксимация нелинейностей отсутствует. Показано [11], что при этом апостериорная гауссовская плотность вероятностей может воспроизводиться с точностью до четвертого момента.

Отметим, что обеспечение устойчивости (сходимости) оценок фазы возможно при надлежащей точности оценок по частоте Доплера. При этом особое значение имеют погрешности оценки начальной фазы и частоты в переходном режиме работы фильтра. Достижение требуемой точности оценок частоты связано с усложнением алгоритма работы блока поиска (увеличение количества каналов). В данной работе предложен адаптивный вариант построения следящей системы с сохранением режима когерентной обработки. Фильтр содержит несколько парциальных каналов, отличающихся начальными значениями оценок фазы. В каждом канале рекурсивно на основе текущего

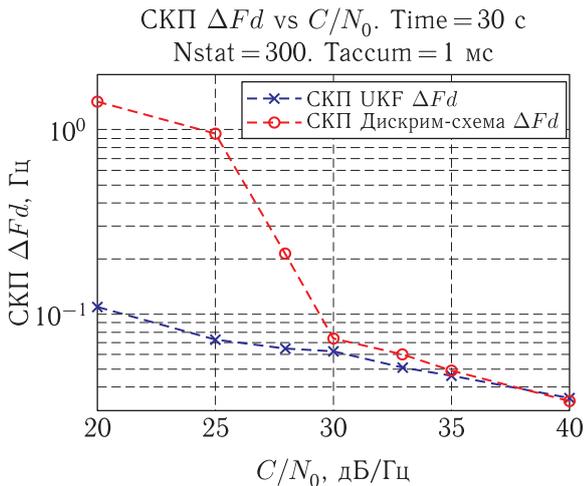


Рис. 1. СКП оценок частотного сдвига

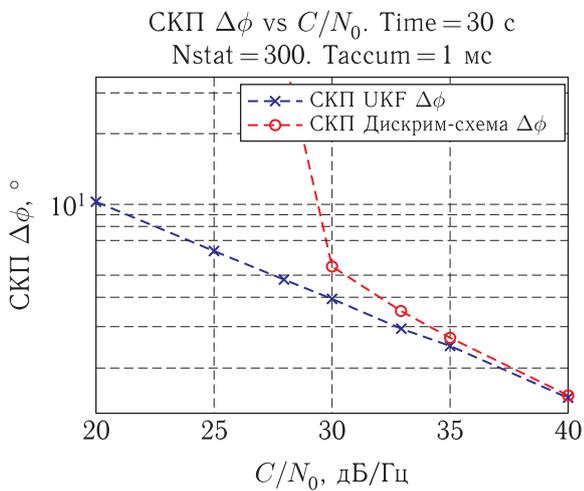


Рис. 2. СКП оценок фазы сигнала

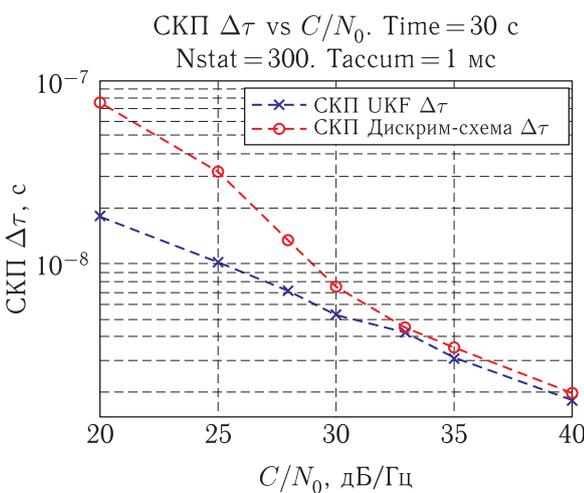


Рис. 3. СКП оценок временной задержки

значения невязки вычисляется весовой коэффициент, равный апостериорной вероятности введенного в фильтр значения фазы.

Начальные значения оценок  $\hat{\tau}(0)$  и  $\hat{f}_D(0)$  для инициализации фильтра поступают из блока поиска и дополнительного поиска сигналов ГНСС. Ковариационная матрица этих оценок  $\mathbf{P}_0$  также определяется параметрами блока поиска.

## Результаты моделирования

Исследования среднеквадратической погрешности (СКП) оценок в следящей системе и вероятности срыва слежения выполнялись путем вероятностного моделирования алгоритма. На рис. 1–3 представлены сравнительные зависимости СКП оценок  $\hat{\tau}$ ,  $\hat{f}_D$  и  $\hat{\phi}$  от  $q_{C/N_0}$  в системе с дискриминаторами и в предложенном варианте алгоритма обработки при одном парциальном канале (схема без адаптации).

Динамика изменения радионавигационных параметров (2) характерна для бортового приемника КА на низкой орбите (высокая динамика). При этом время когерентного накопления составляет 1 мс. Энергетика входного сигнала считается известной неизменной величиной. С целью исследования параметр  $q_{C/N_0}$  менялся в диапазоне от 20 до 40 дБ/Гц (энергетика, характерная для геостационарных и высокоэллиптических орбит). Предполагается, что навигационное сообщение декодировано.

Исходные данные для работы дискриминаторной СС и СС без дискриминаторов с применением SPKF:  $\sigma_{\hat{x}_1(0)} = 0,2T_{\text{chip}}$ ;  $\sigma_{\hat{x}_3(0)} = 10$  Гц;  $\sigma_{\hat{x}_2(0)} = \pi/2$ ;  $\sigma_{\hat{x}_4(0)} = 30$  Гц/с, где  $T_{\text{chip}} = 1,9569$  мкс — длительность чипа ПСП ГЛОНАСС;  $S_n = 0,5$  Гц<sup>2</sup>/с<sup>3</sup>;  $\hat{\tau}(0)$  и  $\hat{f}_D(0)$  моделировалось как случайные величины, получаемые из блока поиска, равномерно распределенные на интервалах  $\Delta\tau = \pm 0,5 T_{\text{chip}}$  по задержке и  $\Delta F = \pm 10$  Гц по частоте. Начальная оценка по фазе  $\hat{x}_2(0) = 0$  рад,  $\hat{x}_4(0) = 0$  Интервал моделирования по времени равен 30 с. Число реализаций для вычисления статистики оценок — 300. Параметр  $q_{C/N_0}$  полагали известным и неизменным на интервале обработки.

На рис. 1–3 показаны зависимости СКП оценок частотного сдвига, фазы и временной задержки навигационного сигнала от параметра  $q_{C/N_0}$  для двух вариантов алгоритма обработки.

В таблице (2 и 3 строки) для указанных выше вариантов обработки приведены значения вероятности срыва слежения при разных значениях параметра  $q_{C/N_0}$ . Событие срыв слежения фиксировалось по факту превышения модуля невязки заданной величины.

Т а б л и ц а. Оценки вероятности срыва слежения

Параметр $q_{C/N_0}$ , дБ/Гц	20	25	28	30	33	35	40
Дискриминаторная схема	1	0,98	0,87	0,51	0,08	0	0
СПКФ ( $\Delta F = \pm 10$ Гц)	0,3	0,1	0,06	0,06	0,06	0,05	0,05
2ПК СПКФ ( $\Delta F = \pm 10$ Гц)	0,11	0,01	–	–	–	–	–

На рис. 4, 5 представлена одна реализация для оценки частоты Доплера и весовых коэффициентов в следящей системе с двумя парциальными каналами при  $q_{C/N_0} = 28$  дБ/Гц. Видно, что сумма весовых коэффициентов равна единице и в одном из фильтров величина коэффициента сходится к максимальному значению. При этом оценка частоты Доплера также устойчива.

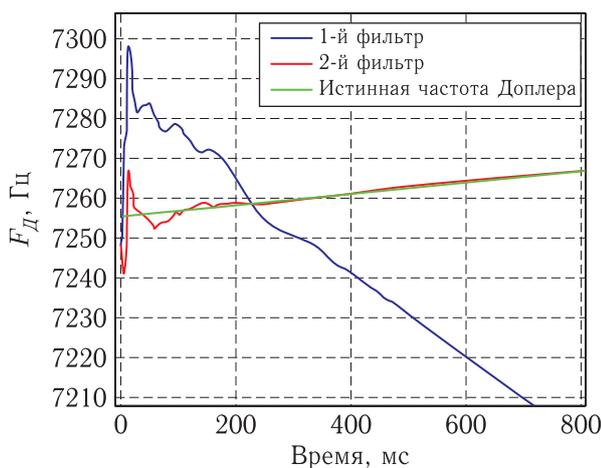


Рис. 4. Адаптивная фильтрация. Оценка частоты Доплера

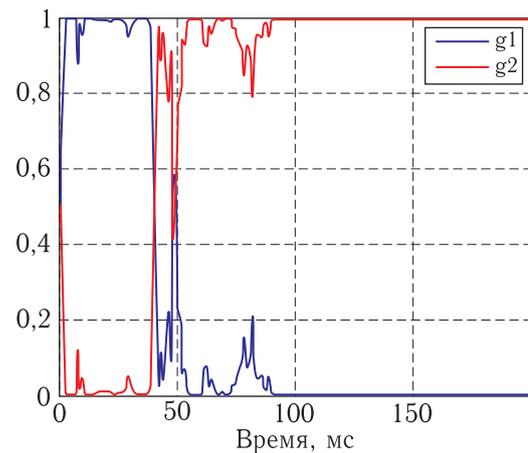


Рис. 5. Значения весовых коэффициентов для 2 параллельных фильтров

Последняя строка в таблице показывает, что вероятность устойчивой работы адаптивной следящей системы с двумя парциальными каналами значительно превышает соответствующие значения как для системы с дискриминаторами, так и без них при одном парциальном канале.

### Заключение

В работе предложена структура следящей системы для формирования оценок радионавигационных параметров в приемнике СРНС в условиях приема на КА. Алгоритм обеспечивает квазиоптимальный когерентный режим обработки с адаптацией к начальной фазе сигнала. Показано преимущество алгоритма перед традиционной схемой построения системы, содержащей дискриминатор и фильтр. В установившемся режиме для величины  $q_{C/N_0} = 25$  дБ/Гц СКП оценок псевдозадержки и псевдочастоты в предложенном варианте лучше соответственно в 3 раза и более чем в 10 раз. Однако при этом вероятность срыва слежения в системе с дискриминаторами составляет 0,98, в то время как в предложенном варианте обработки 0,1 (без адаптации) и 0,01 с адаптацией к начальной фазе входного сигнала. Расчеты показывают, что работоспособность алгоритма сохраняется при погрешности начальных оценок по частоте до 100 Гц и использовании четырех парциальных каналов.

Работа выполнена в рамках проекта ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технического комплекса России на 2014–2020 годы», соглашение № 14.574.21.0101 (уникальный идентификатор RFMEFI57414X0101).

## Список литературы

1. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / А.И.Перов, В.Н.Харисов, Р.В.Бакитько, Е.Н.Болденков. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.
2. Kaplan E., Hegarty C. Understanding GPS: principles and applications. 2nd ed., 2006. 723 p.
3. Psiaki M.L., Jung H. Extended Kalman Filter Methods for Tracking Weak GPS Signals. Pottland: ION GPS, USA, 2002. P. 2539–2553.
4. Petovello M.G., O'Driscoll C., Lachapelle G. Carrier Phase Tracking of Weak Signals Using Different Receiver Architectures. Department of Geomatics Engineering, Alberta: The University of Calgary, Canada, 2008. 11 p.
5. Ефименко В.С., Ворончихин Д.Н. Сравнение алгоритмов нелинейной фильтрации радиосигналов в приемниках ГНСС // Радиотехника, 2013, № 7. С. 126–131.
6. Unscented Kalman Filter with Open-Loop Compensation for High Dynamic GNSS Carrier Tracking / W. Wang, X. Chen, H. Shuai, W. Meng, Y. Zhang // Proc. of SPIE, 2010, vol. 7651. 7 p.
7. Psiaki M., Chiang K. GNSS Signal Tracking Using a Bank of Correlators. ION GNSS. 2010. 10 p.
8. Zhu X., Shen F., Chen J., Yang Y., Yang D., Chen X. Combined Tracking Strategy Based on Unscented Kalman Filter for Global Positioning System L2C CM/CL signal // Defence Science Journal, 2015, vol. 65, № 5. P. 395–402.
9. Filimonov V., Shavrin V., Tislenko V., Kravets A., Lebedev V., Shkolniy V. Coordinate and Time-Frequency Support of a Spacecraft Flight by Means of Autonomic Navigation Using Sigma-Point Kalman Filter Algorithm // Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics, 2015, vol. 8, № 4. P. 385–393.
10. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. Учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1991. 608 с.
11. Merwe R. Sigma-Point Kalman Filters for Probabilistic Inference in Dynamic State-Space Models. PhD Thesis. 2004. 397 p.
12. Julier S.J., Uhlman J.K. A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems. Proc. of AeroSense: The 11<sup>th</sup> Intern. Symp. On Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls, Orlando FL, USA, 1997.