РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ
2019, том 6, выпуск 1, с. 17–23

КОСМИЧЕСКИЕ НАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ПРИБОРЫ. РАДИОЛОКАЦИЯ И РАДИОНАВИГАЦИЯ

УДК 692.7.052 DOI 10.30894/issn2409-0239.2019.6.1.17.23

Кубатурный фильтр Калмана в задаче автономной навигации космического аппарата

В. А. Филимонов, *аспирант, vladimir.a.filimonov@tusur.ru*
Томский университет систем управления и радиоэлектроники, Россия
В. И. Тисленко, *д. т. н, wolar1491@yandex.ru*
Томский университет систем управления и радиоэлектроники, Россия
В. Ю. Лебедев, *к. т. н, Ibk@bk.ru*
Томский университет систем управления и радиоэлектроники, Россия
В. В. Шаврин, *аспирант, svv281088@gmail.com*
Томский университет систем управления и радиоэлектроники, Россия
А. П. Кравец, *аспирант, aleksei.p.kravets@tusur.ru*
Томский университет систем управления и радиоэлектроники, Россия

Аннотация. Ключевой элемент алгоритма оценки информативных процессов (вектора состояния динамической системы) методами марковской (байесовской) теории нелинейной фильтрации заключается в вычислении текущего математического ожидания состояния по апостериорной плотности распределения вероятности (АПРВ) состояний при заданных наблюдениях. Реализация алгоритма обработки наблюдений предполагает формирование текущих, экстраполированных на один шаг, оценок состояния и наблюдений. Таким образом, необходимо вычисление интегральных выражений, определяющих соответствующие оценки в виде математических ожиданий. Рассматриваемая в статье задача относится к классу условно гауссовских, что обусловлено наличием аддитивного гауссовского шума возмущений в нелинейной модели состояний и наблюдений. Вычисление соответствующих многомерных интегралов выполняется методом численного интегрирования на основе сферически-радиального кубатурного правила — алгоритм кубатурного фильтра Калмана (Cubature Kalman filter — CKF). В работе выполнен анализ среднеквадратичной погрешности (СКП) оценки 8-мерного вектора состояния в бортовой системе автономной навигации космического потребителя. Результаты получены для алгоритма CKF и традиционно используемого алгоритма расширенного фильтра Калмана (Extended Kalman filter — EKF). Показано, что алгоритм CKF позволяет получать СКП местоположения КА на высокоэллиптической орбите, равную 2,24 м, и СКП модуля скорости, равную 0,075 мс/с при отношении C/N0 35 дБГц.

Ключевые слова: автономная система навигации, космический аппарат, оценка координат, смещение бортовой шкалы времени, фильтр Калмана, численное интегрирование, кубатурная форма, статистическое моделирование

РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ
2019, том 6, выпуск 1, с. 17–23

Cubature Kalman Filter in the Task of Spacecraft Autonomous Navigation

V. A. Filimonov, *post-graduate student, vladimir.a.filimonov@tusur.ru*
Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Russia

V. I. Tislenko, *Dr. Sci (Engineering.), wolar1491@yandex.ru*
Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Russia

V. Yu. Lebedev, *Cand. Sci. (Engineering), Ibk@bk.ru*
Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Russia

V. V. Shavrin, *post-graduate student, svv281088@gmail.com*
Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Russia

A. P. Kravets, *post-graduate student, aleksei.p.kravets@tusur.ru*
Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Russia

Abstract. A key element of the algorithm to evaluate informative processes (a state vector of a dynamical system) by the Markov (Bayesian) theory of nonlinear filtration is in calculating a current mathematical expectation of the state based on a posteriori density of probability distribution of states at the set observations. Realization of the algorithm for processing of observations assumes formation of the current estimates of a state and observations extrapolated to one step. Hence, calculation of the integrated expressions defining the corresponding estimates in the form of expected values is necessary. The task considered in article belongs to the class of conditionally Gaussian that is caused by existence of additive Gaussian noise of disturbances in nonlinear model of states and observations. Calculation of the corresponding multidimensional integrals is carried out by the method of numerical integration based on spherically-radial cubature rule — the algorithm of the cubature Kalman filter (cubature Kalman filter, CKF). The paper analyses an RMS error of the assessment of an 8-dimensional state vector in the onboard autonomous navigation system of the space user. The results are received for an algorithm of CKF and a traditionally used algorithm of the expanded Kalman filter (extended Kalman filter, EKF). It is shown that the algorithm of CKF allows one to receive an RMS error of spacecraft positioning in HEO equal to 2.24 m and an RMS error of the speed module equal to 0.075 ms/s at the C/N0 35 dB-Hz ratio.

Keywords: autonomous navigation system, spacecraft, estimation of coordinates, onboard timescale shift, Kalman filter, numerical integration, cubature form, statistical simulation

Введение

В настоящее время активно используются бортовые навигационные комплексы, обеспечивающие непрерывную и точную координатно-временную привязку подвижных объектов. Подобные комплексы требуются как наземным, так и воздушным и космическим потребителям. Проблемы разработки и научно-технические принципы проектирования систем автономной навигации (САН) космических аппаратов (КА) систематически изложены в [1–3]. Предполагается, что структура САН реализована по схеме с двухэтапной процедурой решения навигационной задачи [3]. На первом этапе формируется вектор наблюдений $\mathbf{z}(t_k)$, состоящий из кодовых псевдодальностей, псевдоскоростей, образованных по сигналам обнаруженных и принятых на сопровождение навигационных КА (НКА). Случайная векторная функция $\mathbf{z}(t_k)$ связана нелинейным безынерционным преобразованием с векторным информативным процессом $\mathbf{x}(t)$ (вектор состояния) соотношением

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}[\mathbf{x}(t_k), \mathbf{n}_z(t_k)],$$

где $\mathbf{n}_z(t_k)$ — вектор белых гауссовских шумов наблюдений.

На втором этапе выполняется обработка наблюдений $\mathbf{z}_k$ с целью получения текущей оценки $\widehat{\mathbf{x}}_k$ информативного процесса $\mathbf{x}(t_k)$, состоящего из шести компонент, определяющих текущие декартовы координаты $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ КА, составляющие его скорости $Vx(t)$, $Vy(t)$, $Vz(t)$, и дополнительно двух компонент $\boldsymbol{\delta}^T_{\text{ог}}(t) = [\delta(t)\ \dot{\delta}(t)]$, определяющих динамику вариаций шкалы времени $\delta(t)$ и относительных вариаций частоты бортового опорного генератора (ОГ).

Известно [4–6], что оптимальную (по квадратичному критерию качества) текущую оценку $\widehat{\mathbf{x}}(t_k)$ при заданной последовательности наблюдений $\mathbf{Z}_0^k = \{\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1, \ldots, \mathbf{z}_k\}$ определяет оператор условного математического ожидания $\widehat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{M}[\mathbf{x}_k/\mathbf{Z}_0^k]$ по апостериорной плотности распределения вероятностей (АПРВ) $W[\mathbf{x}_k/\mathbf{Z}_0^k]$. Свойство марковости процесса $\mathbf{x}(t)$ предопределено заданием его модели в виде системы стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) первого порядка. Это позволяет получить рекурсивную процедуру вычисления АПРВ [4–6]. Численный алгоритм фильтра частиц (particle filter) [4] реализует вычисление оптимальных текущих оценок состояния $\widehat{\mathbf{x}}_k$ в задачах фильтрации общего вида, когда математические модели вектора наблюдений $\mathbf{z}_k$ и вектора состояния $\mathbf{x}_k$ определены нелинейными функциями и содержат неаддитивные гауссовские возмущения.

Практическое применение находят квазиоптимальные алгоритмы, основанные на гауссовской аппроксимации АПРВ, что эквивалентно замене исходной нелинейной задачи ее линейным аналогом [4–6]. Далее, как правило, применяют известный алгоритм расширенного фильтра Калмана (extended Kalman filter — EKF) [4, 6].

В данной работе используется кубатурный фильтр Калмана (CKF), позволяющий более корректно, по сравнению с EKF, выполнить сведение нелинейной задачи к линейному варианту [4, 8–10]. В алгоритме EKF используется аппроксимация нелинейных функций $\mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1})$ и $\mathbf{h}[\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k]$ соответственно в модели состояний и наблюдений на основе их представления линейной частью ряда Тейлора в точке текущей оценки состояния. Последующее вычисление экстраполированных на один шаг оценок состояния $\widehat{\mathbf{x}}_k^-$ и наблюдения $\mathbf{z}_k^-$ и соответствующих ковариационных матриц ошибок экстраполированных оценок выполняется по соотношениям для линейного фильтра Калмана.

В случае нелинейных моделей состояния и наблюдений с гауссовскими аддитивными возмущениями возникает необходимость вычисления интегралов вида

$$\widehat{\mathbf{x}}_k^- = \int\limits_{R_{n_x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) \cdot \mathcal{N}(\mathbf{x}_{k-1}/\mathbf{Z}_0^{k-1})\, d\mathbf{x}_{k-1} = \int\limits_{R_{n_x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) \cdot \mathcal{N}(\mathbf{x}_{k-1}; \widehat{\mathbf{x}}_{k-1}^+, \mathbf{V}_{k-1}^+)\, d\mathbf{x}_{k-1}$$

и $$\widehat{\mathbf{z}}_k^- = \int\limits_{R_{n_x}} \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)\mathcal{N}(\mathbf{x}_k/\mathbf{Z}_0^{k-1})\, d\mathbf{x}_k = \int\limits_{R_{n_x}} \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)\mathcal{N}(\mathbf{x}_k; \widehat{\mathbf{x}}_k^-, \mathbf{V}_k^-)\, d\mathbf{x}_k, \quad (1)$$

где $\mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1})$ и $\mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)$ — нелинейные вектор-функции в модели состояний и наблюдений;

$\mathbf{u}_{k-1}$ — вектор-функция управления; $\mathcal{N}(\mathbf{x}_{k-1}/\mathbf{Z}_0^{k-1})$, $\mathcal{N}(\mathbf{x}_k/\mathbf{Z}_0^{k-1})$ — апостериорная и априорная условные гауссовские плотности распределения вероятностей (ПРВ); кратность интегралов определена размерностью пространства состояния n_x. Выражения для ковариационных матриц ошибок экстраполяции имеют аналогичную структуру и здесь не приводятся.

В отличие от EKF алгоритм CKF в нелинейных задачах с аддитивными гауссовскими возмущениями при нахождении оценок $\widehat{\mathbf{x}}_k^-$, $\mathbf{z}_k^-$ и ковариационных матриц ошибок этих оценок выполняет численное интегрирование многомерных интегралов типа (1). Появление алгоритма CKF позволило расширить набор инструментов для решения задачи фильтрации вектора состояния $\mathbf{x}_k$ с сильно выраженной нелинейной связью с наблюдениями [7, 8]. Альтернативные алгоритмы построения фильтров Калмана с использованием точных аппроксимаций АПРВ представлены в [12].

Постановка задачи и алгоритм фильтрации

В навигационном вычислителе на борту КА выполняется решение задачи координатного и частотно-временного обеспечения полета КА. В инерциальной геоцентрической декартовой системе координат определим информативный процесс в виде вектора состояний $\mathbf{x}(t)$:

$$\mathbf{x}^T(t) = \\ = [x(t)\; y(t)\; z(t)\; Vx(t)\; Vy(t)\; Vz(t)\; \delta t(t)\; \dot{\delta} t(t)] = \\ = [\mathbf{x}_{\text{КА}}(t) \quad \boldsymbol{\delta}_{\text{КА}}(t)]. \quad (2)$$

Отметим, что из двух компонент $x_7(t) \equiv \delta(t)$ и $x_8(t) \equiv \dot{\delta}(t)$ в (1) последняя связана с частотой ОГ и является непосредственно управляемой. Математическая модель вектора $\mathbf{z}(t_k)$ при приеме сигналов m КА определена заданием системы $2m$ ($i = 1, \ldots, m$) уравнений для псевдодальностей и псевдоскоростей, которые имеют вид

$$z1_k^{(i)} = R_k^{(i)} + n_{\Delta t\, k}^{(i)} = \\ = \left[\left(x_k - X_k^{(i)}\right)^2 + \left(y_k - Y_k^{(i)}\right)^2 + \left(z_k - Z_k^{(i)}\right)^2\right]^{0,5} + \\ + c \cdot \delta t_k + c \cdot n_{\Delta t\, k}^{(i)};$$

$$z2_k^{(i)} = \dot{R}_k^{(i)} + n_{f\,k}^{(i)} = \\ = (Vx_k - \dot{X}_k^{(i)}) \cdot e_x + (Vy_k - \dot{Y}_k^{(i)}) \cdot e_y + \\ + (Vz_k - \dot{Z}_k^{(i)}) \cdot e_z + c \cdot \dot{\delta} t_k + c \cdot n_{f\,k}^{(i)}, \quad (3)$$

где $R_k^{(i)}$ — текущая истинная дальность; $X_k^{(i)}$, $Y_k^{(i)}$, $Z_k^{(i)}$ и $\dot{X}_k^{(i)}$, $\dot{Y}_k^{(i)}$, $\dot{Z}_k^{(i)}$ — соответственно компоненты векторов положения и скорости i-го НКА на момент времени t_k в инерциальной геоцентрической системе координат; $\mathbf{e}_k = [e_x\; e_y\; e_z] = \mathbf{r}(t)/r(t)$ — единичный вектор, определяющий направление визирования по линии НКА–КА. Аддитивные возмущения $\mathbf{n}_{zk}^{(i)} = [n_{\Delta t\, k}^{(i)}\; n_{f\,k}^{(i)}]^T$ в виде случайных стационарных гауссовских дискретных последовательностей имеют нулевые средние значения. При соответствующем темпе временной дискретизации они некоррелированы во времени и между собой в одном и в разных каналах.

СДУ для $\mathbf{x}(t)$ определена заданием шести нелинейных дифференциальных уравнений орбитального движения КА для $\mathbf{x}_{\text{КА}}(t)$, которые дополняются двумя СДУ для 2-го случайного процесса $\boldsymbol{\delta}_{\text{ог}}(t)$, определяющего вариации шкалы времени и относительной частоты бортового опорного генератора. Ковариационная матрица вектора $\mathbf{n}_{\text{ог}}^T(k) = [n_7(k)\; n_8(k)]$ соответствует виду, приведенному в [13]. При этом величины спектральных плотностей возмущений в модели ОГ характерны для рубидиевого стандарта частоты [11] и равны: $S_g \approx 7{,}9 \cdot 10^{-28}$ (с$^{-1}$) и $S_f \approx 10^{-20}$ (рад^2/Гц). Случайные начальные условия $\mathbf{x}(0)$ имеют гауссовское распределение вероятностей с параметрами $\mathbf{M}[\mathbf{x}(0)] = \mathbf{m}_0$ и диагональной дисперсионной матрицей $\mathbf{V}_0 = \mathbf{M}\left\{[\mathbf{x}(0) - \mathbf{m}_0] \cdot [\mathbf{x}(0) - \mathbf{m}_0]^T\right\}$.

Уравнения орбитального движения КА (уравнения для вектора состояния $\mathbf{x}(t)$) учитывают неравномерность гравитационного потенциала Земли. Их вид соответствует уравнениям, приведенным в [1, 3], и отличается от них введением аддитивных некоррелированных между собой белых гауссовских шумов (БГШ) по всем компонентам ускорения. Это позволяет учесть влияние возмущающих орбиту КА факторов.

Ключевой момент в задачах калмановской фильтрации состоит в нахождении экстраполированных на один шаг оценок $\widehat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$ и $\widehat{\mathbf{z}}_{k/k-1}$ соответственно вектора состояний и наблюдений.

Они в данном случае вычисляются по гауссовским ПРВ $\mathcal{N}(\mathbf{x}_{k-1}/\mathbf{Z}_0^{k-1})$ и $\mathcal{N}(\mathbf{x}_k/\mathbf{Z}_0^{k-1})$. Известно, что при условии невырожденности гауссовских ПРВ возможно приведение квадратичных форм в показателях экспонент этих функций к канонической форме [5, 6]. После перехода к новым переменным, сохранив для удобства записи обозначение переменных прежними, т. е. $\mathbf{x}$, выполним на основе [7, 8] краткое пояснение кубатурного правила численного алгоритма вычисления интегралов в (1). После приведения квадратичных форм к канонической форме интегралы (1) имеют вид

$$I(\boldsymbol{\varphi}) = \int\limits_{R_{n_x}} \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}) \exp(-\mathbf{x}^T\mathbf{x})\, d\mathbf{x}, \qquad (4)$$

где $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x})$ — нелинейная функция в новых переменных; $\exp(-\mathbf{x}^T\mathbf{x}) \triangleq w(\mathbf{x})$ — весовая функция (гауссовская ПРВ).

Первый этап получения численного алгоритма, в котором используется сферически-радиальное кубатурное правило, предполагает переход к сферически-радиальным переменным. При этом полагают $\mathbf{x} = r\mathbf{y}$, причем $\mathbf{y}^T\mathbf{y} = 1$ и, следовательно, $\mathbf{x}^T\mathbf{x} = r^2$ при $r \in [0, \infty)$. Это позволяет переписать интеграл (4) в виде

$$I(\boldsymbol{\varphi}) = \int\limits_0^\infty \int\limits_{U_{n_x}} \boldsymbol{\varphi}(r\mathbf{y}) r^{n-1} \exp(-r^2)\, d\sigma(\mathbf{y})\, dr, \qquad (5)$$

где $U_{n_x} = \{\mathbf{y} \in R_{n_x} / \mathbf{y}^T\mathbf{y} = 1\}$ — поверхность единичной гиперсферы; $d\sigma(\mathbf{y})$ — дифференциальный элемент сферической поверхности. Выделим в (5) сферически радиальный интеграл

$$S(r) = \int\limits_{U_{n_x}} \boldsymbol{\varphi}(r\mathbf{y}) \cdot w(\mathbf{y})\, d\sigma(\mathbf{y}), \qquad (6)$$

где $w(\mathbf{y}) \equiv 1$ — весовая функция.

При этом внешний — радиальный интеграл в (5), который и определяет конечный результат, принимает следующий вид:

$$I \equiv I(\boldsymbol{\varphi}) = \int\limits_0^\infty S(r) r^{n-1} \exp(-r^2)\, dr = \int\limits_0^\infty S(r) w(r)\, dr, \qquad (7)$$

где $w(r)$ — весовая функция радиального интеграла. В итоге вычисление обоих интегралов сводится по существу к определению узловых точек $\mathbf{x}_i$ и значений весовых функций w_i с последующим использованием квадратурной формулы численного интегрирования в виде

$$I(\boldsymbol{\varphi}) = \int\limits_{R_{n_x}} \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}) w(\mathbf{x})\, d\mathbf{x} \approx \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i \cdot w(\mathbf{x}_i).$$

Однако в отличие от традиционного повторного интегрирования, когда количество вычислений растет пропорционально m^{n_x}, алгоритм CKF дает рост количества вычислений пропорционально размерности состояния, т. е. n_x. Теория алгоритма CKF разработана в [7, 8]. Основой алгоритма CKF явилось представление интегральных выражений в виде (5)–(7) с последующим учетом симметрии области интегрирования и весовых функций на основе применения теории инвариантности, изложенной в работах С. Л. Соболева [14]. В итоге показано, что сферически радиальное кубатурное правило реализует численное интегрирование в (4) в соответствии с соотношением

$$I(\boldsymbol{\varphi}) = \int\limits_{R_{n_x}} \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}) \exp(-\mathbf{x}^T\mathbf{x})\, d\mathbf{x} \approx \sum_{j=1}^{m_s} \sum_{i=1}^{m_r} a_i b_j \boldsymbol{\varphi}(r_i \mathbf{s}_j),$$

где r_i, m_r, a_i — значения узлов, их количество и весовые коэффициенты в радиальном интеграле; $\mathbf{s}_j$, m_s, b_j — векторные узлы, их количество и весовые коэффициенты в сферическом интеграле. Показано [7], что для сферически радиального кубатурного правила третьего порядка $m_r = 1$ и $m_s = 2n_x$. Для интеграла (4) в этом случае получаем соотношение

$$I(\boldsymbol{\varphi}) = \int\limits_{R_{n_x}} \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}) \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{0}, \mathbf{I})\, d\mathbf{x} \approx \sum_{i=1}^m w_i \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\xi}_i),$$

где $\mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{0}, \mathbf{I})$ — гауссовская ПРВ вектора $\mathbf{x}$ с нулевым средним значением и единичной матрицей ковариаций; $i = 1, 2, \ldots, m = 2n_x$; $w_i = 1/m$; $\boldsymbol{\xi}_i = \sqrt{n_x} \cdot \mathbf{e}_i$ — векторы, определяющие положение узлов на осях гиперсферы в декартовой системе координат. При этом совокупность n_x-мерных векторов $\{\mathbf{e}_i\}$ такова, что каждый из них имеет только одну компоненту равную 1 или (-1), все другие равны нулю.

Полное описание этапов алгоритма CKF приведено в [7].

Результаты моделирования

Вероятностные характеристики точности оценок $\widehat{\mathbf{x}}(k)$ определены путем статистического усреднения по ансамблю из 200 независимых реализаций гауссовских шумов в модели состояний, наблюдений и случайным компонентам вектора начальных условий $\mathbf{x}(0)$ с гауссовской плотностью распределения вероятностей. Временной темп поступления данных в канале наблюдений составил 1 мс. Моделирование движения КА выполнялось для высокоэллиптической орбиты, геометрический фактор (GDOP) при приеме сигналов четырех НКА составил 40,7 и в течение часа изменялся незначительно.

Интенсивности дискретных шумов в наблюдениях $\sigma^2_{\Delta t}$ и σ^2_f в пересчете на псевдодальность и псевдоскорость равны соответственно $(1{,}52\text{–}2{,}82\ \text{м})^2$ и $(0{,}018\text{–}0{,}08\ \text{м/с})^2$. Отметим, что указанные значения $\sigma^2_{\Delta t}$ и σ^2_f достигаются в режиме слежения за задержкой и фазой навигационного сигнала при отношении мощности навигационного сигнала к спектральной плотности белого шума $(C/N_0) = (31\text{–}35)$ дБГц в зависимости от канала наблюдений. Интенсивности шумов в модели состояния по компонентам ускорения КА одинаковы и равны $\sqrt{D_g} = 10^{-5}$ (м/с^2).

Диагональные элементы $\left(\sqrt{\mathbf{V}_0}\right)_{ii}$, определяющие СКО начальных оценок $\widehat{\mathbf{x}}(0)$, равны: по координатам — 10^5 м; по компонентам скорости — 10^3 (м/с); по смещению шкалы времени — 10^{-4} с и по относительной частоте — 10^{-7}.

На рис. 1–2 представлены изменения СКП оценок местоположения и модуля скорости КА на интервале наблюдения 1000 с. Они вычислены с использованием алгоритмов EKF и CKF. Расчет произведен на участке длинной дуги высокоэллиптической орбиты при пяти видимых НКА.

При этом в конце интервала наблюдения СКП по ансамблю реализаций равны: СКП положения

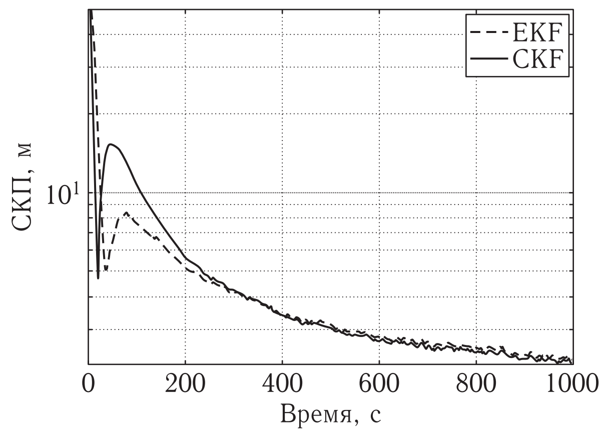

Рис. 1. СКП оценки местоположения

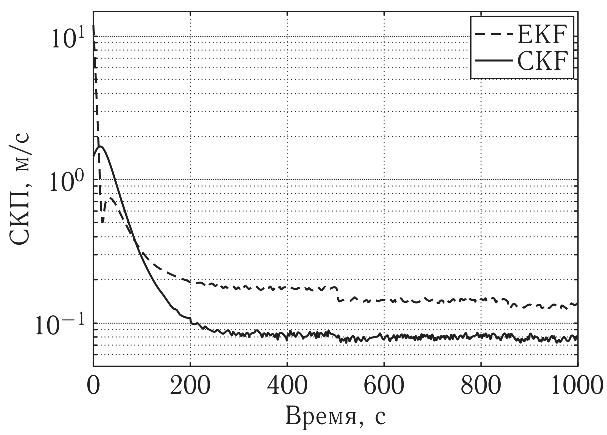

Рис. 2. СКП оценки модуля скорости

КА — 2,32 м для EKF и 2,24 м для CKF; СКП скорости — 0,13 м/с для EKF и 0,075 м/с для CKF.

На рис. 3 и 4 представлены СКП оценки смещения шкалы времени и СКП оценки смещения относительной частоты. При этом в конце интервала наблюдений СКП оценки смещения шкалы времени равна 5,9 нс для EKF и 5,5 нс для CKF; СКП оценки относительной частоты равна $1{,}35 \cdot 10^{-11}$ для EKF и $1{,}21 \cdot 10^{-11}$ для CKF.

Заключение

Полученные в работе результаты позволяют сделать следующие выводы.

1. Применение алгоритма кубатурного фильтра Калмана к решению задачи координатного и частот-

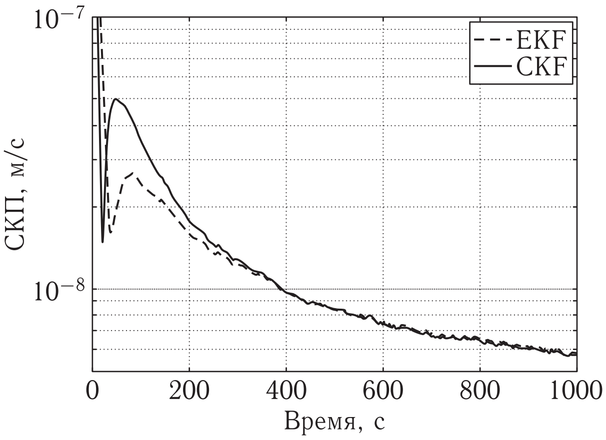

Рис. 3. СКП оценки смещения шкалы времени

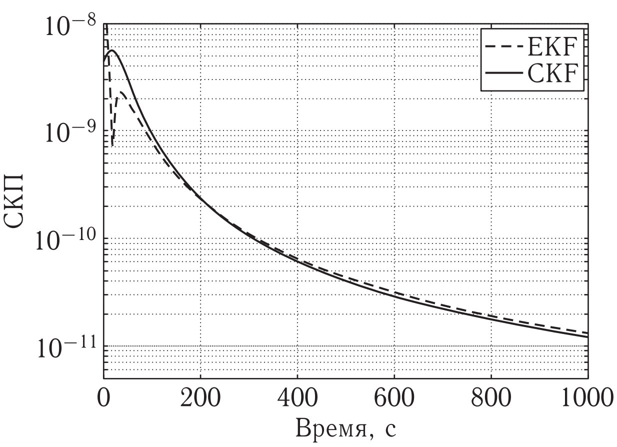

Рис. 4. СКП оценки относительной частоты ОГ

но-временного обеспечения полета КА при движении на высокоэллиптической орбите обеспечивает формирование устойчивых оценок параметров. Для орбиты с величиной GDOP 25–33 и $(C/N_0) =$ $= 31$–35 дБГц величины СКП оценок составляют: 2,24 (м) и 0,075 (м/с), соответственно по положению и скорости КА; 5,5 (нс) и $1{,}2 \cdot 10^{-11}$, соответственно по смещению шкалы времени и относительной частоте бортового ОГ.

2. Отмечено, что алгоритм кубатурного фильтра Калмана имеет преимущество в точности оценок скорости КА. Очевидно, что при решении навигационной задачи на борту КА в условиях повышенной динамики движения, связанной с увеличением ускорения, различие в точности оценок скорости будет увеличиваться.

Список литературы

1. *Михайлов Н.В.* Автономная навигация космических аппаратов при помощи спутниковых радионавигационных систем. СПб.: Политехника, 2014. 362 с.
2. *Moreau M.C.* GPS receiver architecture for autonomous navigation in high Earth orbits. 2001. P. 207.
3. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.
4. *Simandl M.* Lecture notes on state estimation of nonlinear non-Gaussian stochastic systems // Department of Cybernetics, Faculty of Applied Sciences, University of West Bohemia, Pilsen, 2006. 154 p.
5. *Тихонов В.И.*, *Харисов В.Н.* Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991. 608 с.
6. *Сейдж Э.*, *Мелс Дж.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Пер. с англ. под ред. Б. Р. Левина. М.: Связь, 1976. 496 с.
7. *Arasaratnam I.*, *Haykin S.* Cubature Kalman Filter // IEEE Trans. Automatic Cont., 2009, vol. 54. P. 1–16.
8. *Arasaratnam I.* Cubature Kalman filtering: theory & applications (Ph.D. thesis). McMaster University, 2009.
9. *Julier S.J.* The Scaled Unscented Transformation. Proceedings of the American Control Conference, American Automatic Control Council, Evanston, IL, 2002. P. 1108–1114.
10. *Van Der Merwe R.*, *Wan E.* Sigma-Point Kalman Filters for Probabilistic Inference in Dynamic State-Space Models. In Proceedings of the Workshop on Advances in Machine Learning, 2003. P. 1–27.
11. *Graas F.*, *Craig S.*, *Pelgrum W.*, *Ugazio S.* Laboratory and Flight Test Analysis of Rubidium Frequency Reference Performance // Navigation, 2013, vol. 60, № 2. P. 123–131.
12. *Filimonov V.*, *Shavrin V.*, *Tislenko V.*, *Kravets A.*, *Lebedev V.*, *Shkolniy V.* Coordinate and Time — Frequency Support of a Spacecraft Flight by Means of Autonomic Navigation Using Sigma-Point Kalman Filter Algorithm // Журнал Сибирского федерального университета. Математика и физика, 2015, т. 8, вып. 4. С. 385–393.
13. *Brown R.G. and Hwang P.Y.C.* Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering. Wiley, 1992. 502 p.
14. *Соболев С.Л.*, *Васкевич В.Л.* Кубатурные формулы. М.: Изд-во Института математики, 1996. 471 с.