

УДК 004.052 DOI 10.30894/issn2409-0239.2020.7.3.42.50

## Моделирование сигнала космической связи с негауссовскими коррелированными искажениями

Д. М. Силин, аспирант, [silin@g-tl.ru](mailto:silin@g-tl.ru)

ООО «Гейзер-Телеком», Москва, Российская Федерация  
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

А. Н. Дядюнов, к. т. н., [adyadunov@mail.ru](mailto:adyadunov@mail.ru)

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

**Аннотация.** В статье рассматривается вопрос вычисления теоретически достижимой скорости передачи информации по спутниковому каналу связи в общем виде и приводится результат для одного типа сигнала с видом модуляции QPSK. В отличие от оценки пропускной способности канала связи по Шеннону, которая достигается в канале с аддитивным белым гауссовским шумом при использовании абстрактных идеальных сигналов, предлагаемая оценка оперирует реальными используемыми на практике сигналами и реалистичной моделью помех.

В построенной модели канала связи учитываются коррелированные мультипликативные амплитудно-фазовые искажения, вызванные многолучевым распространением, и аддитивные помехи.

Найдена функция плотности распределения выборки сигнала с построенной моделью. Разработан эффективный алгоритм для вычисления дифференциальной энтропии сигнала с такой моделью. С помощью методов теории информации вычислена оценка предельно достижимой скорости передачи информации по рассмотренному каналу связи.

На примере системы спутниковой связи Iridium продемонстрирована работоспособность разработанных методов оценки предельно возможной скорости передачи информации по каналу связи с выбранной моделью. Построены зависимости предельно возможной скорости передачи информации от мощности помех при работе этой системы в различных условиях.

Сравнение полученных зависимостей с аналогичными зависимостями для стандартной модели канала связи с аддитивным белым гауссовским шумом показывает, что дополнительные учетные факторы в виде коррелированных мультипликативных амплитудных и фазовых помех оказывают существенное влияние на полученную оценку предельно возможной скорости передачи информации.

**Ключевые слова:** низкоорбитальная спутниковая связь, моделирование канала связи, пропускная способность, мультипликативный шум, фазовый шум, коррелированный шум

## Simulation of a Space Communication Signal with Non-Gaussian Correlated Distortions

D. M. Silin, postgraduate student, [silin@g-tl.ru](mailto:silin@g-tl.ru)

Geysler-Telecom, Ltd, Moscow, Russian Federation

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

A. N. Dyadunov, Cand. Sci. (Engineering), [adyadunov@mail.ru](mailto:adyadunov@mail.ru)

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

**Abstract.** The paper considers the issue to calculate theoretically reachable data transmission rate over the satellite communication channel in general form and gives the result for one type of signal with the type of the QPSK modulation. In contrast to the estimation of the Shannon communication channel capacity, which is achieved in a channel with additive white Gaussian noise using abstract ideal signals, the proposed estimation operates with real signals employed in practice and a realistic model of interference.

The constructed channel model takes into account correlated multiplicative amplitude-phase distortions caused by multipath propagation and additive disturbance. The function of signal sample distribution density with the built model is found. An effective algorithm for calculating differential entropy of a signal with such a model is developed. With the help of information theory methods the estimation of the maximum achievable data transmission rate over the considered communication channel is calculated.

By the example of the Iridium satellite communication system the efficiency of the developed methods to evaluate the maximum possible data transmission rate over the communication channel with the selected model is demonstrated. The dependences of the maximum possible data transmission rate on the power of interference at operation of this system in different conditions are built.

Comparison of the obtained dependences with the similar dependences for a standard model of a communication channel with additive white Gaussian noise shows that additional factors taken into account in the form of correlated multiplicative amplitude-phase interference have a significant impact on the obtained estimation of the maximum possible data transmission rate.

**Keywords:** low orbit satellite communication, communication channel simulation, channel capacity, multiplicative noise, phase noise, correlated noise

## Введение

В настоящее время идет бурное развитие систем спутниковой связи и навигации. Быстро увеличиваются объемы передаваемых по каналам связи данных. Это приводит к необходимости оптимизации использования имеющихся каналов передачи информации, то есть повышения количества передаваемой информации без увеличения мощности передатчика и расширения занятой полосы спектра. Эта цель может быть достигнута построением более точных моделей помех и алгоритмов обработки сигнала с такими помехами. В связи с этим актуальна задача оценки эффективности используемых методов передачи информации при возможно более полном учете мешающих факторов. Как правило, указанный анализ эффективности ограничивается вычислением пропускной способности канала связи по теореме Шеннона. Такая пропускная способность достигается [9] при бесконечном накоплении информации, если используются оптимальные сигналы, кодирующие максимально возможное количество информации, а шум в канале является белым гауссовским. Очевидно, что на практике эти условия не выполняются. Например, если на пути распространения сигнала встречаются препятствия (например, в городских условиях), возникает эффект многолучевого распространения [10], приводящий к мультипликативным и фазовым помехам. Кроме того, в системах спутниковой связи из-за большой скорости движения космических аппаратов (КА) имеет место значительный доплеровский сдвиг спектра. Пренебрежение перечисленными факторами приводит к ухудшению качества связи.

Исследованию сигналов с мультипликативными и негауссовскими помехами посвящены работы отечественных авторов [22–24]. В работе [22] строится весьма сложная модель многолучевого распространения сигнала, учитывающая аддитивные, мультипликативные, фазовые, импульсные помехи, которые имеют разные распределения в каждом из лучей. Отметим, что столь подробное описание среды распространения сигнала на практике вряд ли возможно, так что модель [22] носит больше теоретический характер. Количественные характеристики канала связи с построенной моделью в [22] не приведены.

В работе [23] проведено вычисление плотности вероятности мгновенного значения сигнала, подвергающегося воздействию аддитивных и мультипликативных помех.

В работе [24] рассматриваются вопросы асимптотически оптимального приема сигнала с аддитивными негауссовскими помехами.

Вопросы моделирования современных систем спутниковой связи исследуются в зарубежных научных публикациях [1–8].

В работе [1] проводится обзор детерминированных и статистических моделей распространения сигнала спутниковой связи. Детерминированное ослабление сигнала рассматривается как функция частоты и угла возвышения спутника над горизонтом. Моделирование многолучевого распространения в [1] предлагается проводить с помощью распределений Рэлея, Райса, логарифмически-нормального или их смеси. Искажение фазы считается распределенным равномерно в интервале  $[0-2\pi]$ .

В работе [2] приводятся экспериментально измеренные плотности вероятности различных случайных факторов, возникающих при распространении сигнала в помещении.

В работе [3] построена и сопоставлена с результатами натурных измерений модель сигнала навигационной системы GPS. Показано, что рэлеевское распределение амплитуды принятого сигнала хорошо соответствует результатам эксперимента.

В работе [4] рассмотрены три сценария спутниковой связи: неподвижный приемник, геостационарный КА; подвижный приемник, геостационарный КА; подвижный приемник, негеостационарный КА. Для каждого сценария построена марковская модель изменения мощности сигнала и доплеровского сдвига частоты; кроме того, приведены результаты натурных экспериментов по измерению этих параметров.

В работе [5] приведены результаты численного расчета вероятности битовой ошибки при приеме фазоманипулированного сигнала негеостационарного КА. Зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум построены для различных углов возвышения КА. Использована модель искажений амплитуды сигнала, основанная на смеси логарифмически-нормального распределения и распределения Райса.

В работе [6] приведены аналитические выражения для вероятности битовой ошибки при приеме фазоманипулированного или частотно-манипулированного сигнала с моделью искажений из [5] при использовании некогерентного и дифференциального методов детектирования.

В работе [7] для модели канала связи из [5] проводится анализ влияния числа уровней фазы в сигнале с многоуровневой квадратурной амплитудной модуляцией (М-QAM) на вероятность битовой ошибки.

В работе [8] построена эмпирическая зависимость практически достигаемой пропускной способности системы низкоорбитальной спутниковой связи от числа КА в созвездии, вероятности видимости КА, интенсивности появления пользователей канала связи и заявленной максимальной скорости передачи информации, при этом влияние помех не учитывается.

Недостатком подхода из [1–3, 5–8] является то, что помехи в построенной модели некоррелированы. Изменение помех в динамике в работах [1–3, 5–8] не рассматривается. Представление помех в виде случайного марковского процесса, как сделано в работе [4], может служить более качественной моделью. Однако представленная в [4] модель построена под ряд конкретных условий эксперимента и может не работать в других случаях.

По результатам анализа отечественных и зарубежных публикаций можно сделать вывод, что практический интерес представляет оценка количественных характеристик канала спутниковой связи, модель которого учитывает мультипликативные и фазовые коррелированные помехи.

Помимо вероятности битовой ошибки, которая зависит от используемого метода приема сигнала (возможно неоптимального), важной характеристикой канала связи служит его пропускная способность, характеризующая предельно достижимую скорость передачи информации по данному каналу при приеме сигнала наилучшим способом.

В данной работе предложена методика оценки практически достижимой скорости передачи информации по каналу с аддитивным, мультипликативным, фазовым шумами. Предложенный алго-

ритм оценки скорости передачи информации продемонстрирован на примере системы спутниковой связи «Iridium».

## Модель распространения сигнала

Пусть посылается произвольный сигнал  $s(t)$  длительностью  $T$ . Приемник находится от передатчика на расстоянии  $r$  и движется с радиальной скоростью  $v$ .

При распространении сигнал ослабляется пропорционально расстоянию между приемником и передатчиком и несущей частоте и получает доплеровский сдвиг спектра, пропорциональный  $v/c$  [11]. Направленный характер излучения и приема учитывается умножением на коэффициенты усиления антенн. Кроме того, происходит амплитудно-фазовое искажение, модель которого, приведенная в [12], рассмотрена ниже. Вместе с полезным сигналом принимается аддитивный белый гауссовский шум. Результирующее выражение для принятого низкочастотного видеосигнала в момент времени  $t$  примет вид:

$$y(t) = s(t) \cdot e^{i\frac{v}{c}2\pi f t} \cdot \frac{\sqrt{G_{\text{пр}}G_{\text{пер}}c}}{4\pi r f} \cdot \xi + \zeta, \quad (1)$$

где  $y(t)$  — принятый сигнал,  $s(t)$  — посланный сигнал,  $r$  — расстояние между приемником и передатчиком,  $v$  — радиальная скорость приемника относительно передатчика,  $c$  — скорость распространения сигнала,  $G_{\text{пр}}$  — коэффициент усиления антенны приемника,  $G_{\text{пер}}$  — коэффициент усиления антенны передатчика,  $f$  — высокая несущая частота сигнала,  $\xi$  — комплексный коэффициент амплитудно-фазового искажения,  $\zeta$  — гауссовская случайная величина.

Ниже будут построены зависимости скорости передачи информации от отношения сигнал/шум для сигнала с видом модуляции QPSK. В этом случае  $s(t)$  имеет вид:

$$s(t) = \sqrt{P} e^{2\pi i f t + \frac{\pi i}{2} x(t)}, \quad (1a)$$

где  $P$  — мощность передатчика,  $f$  — несущая частота,  $t$  — время,  $x(t)$  — передаваемый в момент  $t$  символ, который может принимать значения 0, 1, 2, 3.

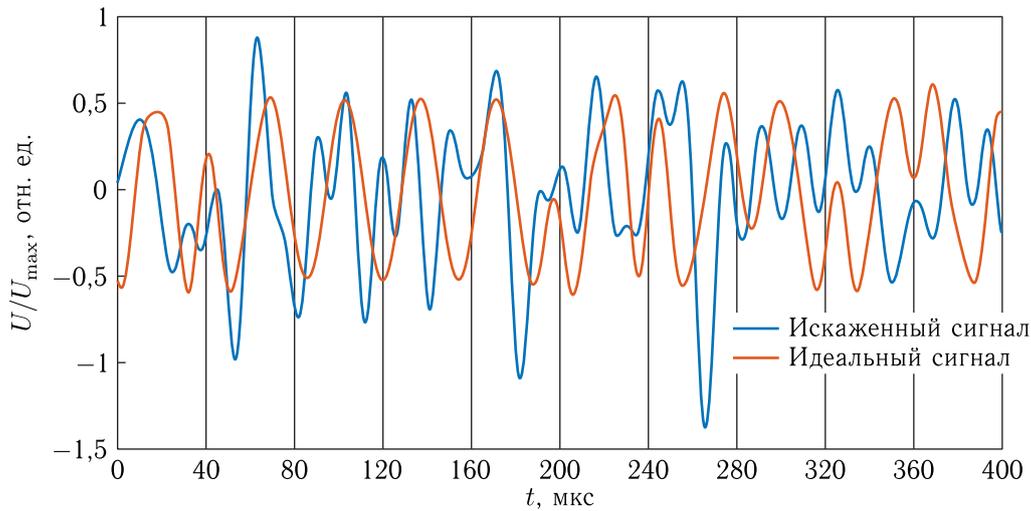


Рис. 1. Модель фазоманипулированного сигнала с искажениями

Для компактного представления амплитудно-фазовых искажений сигнал представляется в виде комплексного аналитического сигнала [13]:

$$s(t) = p(t) + iq(t), \quad (2)$$

где  $p(t)$  — вещественный физический сигнал,  $q(t)$  — преобразование Гильберта сигнала  $x(t)$ , то есть сигнал, все спектральные составляющие которого сдвинуты по фазе на  $\pi/2$ . При этом конечный результат получается для физического вещественного сигнала.

Коэффициент амплитудно-фазовых искажений  $\xi$  представляется в виде

$$\xi = Ae^{i\phi}, \quad (3)$$

где  $A$  — случайная величина, распределенная по закону Рэлея;

$\phi$  — случайная величина, распределенная по равномерному закону в интервале  $[0, 2\pi]$ .

В [14] показано, что вещественная и мнимая часть (3) независимы и имеют нормальное распределение с нулевым средним и среднеквадратичным отклонением  $A$ . Известно [12], что флуктуации амплитуды и фазы сигнала (3) являются коррелированными, при этом скорость изменения этих величин значительно меньше скорости изменения сигнала. Таким образом, закон изменения коэффициента (3) можно представить в виде узкополосного случайного процесса, спектр которого сосредоточен в полосе  $\Delta f \ll W$ . Представим этот процесс по теореме Котельникова [13] через его независи-

мые значения  $\xi_l$ , взятые в моменты времени, кратные  $T = \frac{1}{2\Delta f}$ :

$$\xi(t) = \sum_{l=1}^N \xi_l \cdot K_l(t), \quad (4)$$

где  $\xi_l$  — значение коэффициента  $\xi$  в момент  $lT$ ,

$$K_l(t) = \text{sinc}\left(\frac{t-lT}{T}\right), \quad (5)$$

$$\text{sinc}(x) = \begin{cases} \frac{\sin \pi x}{\pi x}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0. \end{cases} \quad (6)$$

На рис. 1 показаны идеальный принятый сигнал с модуляцией QPSK без шумов и этот же сигнал, искаженный коррелированным амплитудно-фазовым и аддитивным белым гауссовским шумом, вычисленный согласно модели (1). Показано 10 посылок с символьной скоростью 25 000 бод, границы посылок обозначены вертикальными линиями, полоса фильтра — 37 500 Гц. Передаются символы 1, 3, 3, 3, 3, 1, 3, 0, 2, 0.

## Вычисление скорости передачи информации

Вычисление пропускной способности канала связи при негауссовских распределениях шума представляет сложную проблему [20]. Это связано

с необходимостью вычисления многомерных интегралов по выборкам несущего информацию сигнала. Интегралы от негауссовских плотностей вероятности редко выражаются в замкнутой форме, а численное интегрирование в многомерном случае имеет высокую сложность, экспоненциально увеличивающуюся с ростом размерности. Известные методы численного расчета дифференциальной энтропии [20] многомерных распределений так или иначе связаны с построением многомерной гистограммы, которое тоже связано с экспоненциальным ростом сложности. Рассмотрим методику, позволяющую в ряде случаев обойти эти сложности.

Будем считать, что смесь сигнала и шума занимает ограниченную полосу частот  $W$ . В этом случае, согласно теореме Котельникова, сигнал эквивалентен выборке своих значений, в моменты времени, кратные  $\frac{1}{2W}$ ; следовательно, вся информация содержится в этой выборке.

Количество информации о произвольном параметре  $x$ , содержащееся в выборке принятого сигнала  $y$ , равно взаимной информации между их вероятностными распределениями, которая может быть найдена по формуле [15]:

$$I = \int_X \int_Y f(x, \mathbf{y}) \log \frac{f(\mathbf{y} | x)}{f(\mathbf{y})} dx d\mathbf{y}, \quad (7)$$

где  $X$  — область определения параметра  $x$ ,  $Y$  — область определения выборки  $y$ ,  $f(x, \mathbf{y})$  — плотность совместного распределения  $x$  и  $y$ ,  $f(\mathbf{y} | x)$  — функция условного распределения выборки  $y$  при известном  $x$ ,  $f(\mathbf{y})$  — функция априорного распределения выборки  $y$ ,  $d\mathbf{y} = dy_1 dy_2 \dots dy_n$ ,  $n$  — размерность  $\mathbf{y}$ . В нашем случае параметром  $x$  является переданная последовательность бит.

Вычислять многомерный интеграл (7) будем с помощью метода Монте-Карло [16], в соответствии с которым интеграл (7) рассматривается как математическое ожидание функции  $\log \frac{f(\mathbf{y} | x)}{f(\mathbf{y})}$ , которое аппроксимируется суммой значений этой функции со случайными аргументами, разыгранными согласно распределению  $f(x, \mathbf{y})$ . В соответствии с этим методом при наличии  $M$  равно-

вероятных символов  $x_m$  интеграл (7) приближается суммой:

$$I_N \approx \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \log \frac{f(\mathbf{y}_j | x_i)}{f(\mathbf{y}_j)}, \quad (8)$$

где сумма вычисляется по  $N$  случайным значениям параметра  $x$ , и выборки принятого сигнала  $\mathbf{y}$ , разыгранным в соответствии с распределением  $f(x, \mathbf{y})$ ;  $f(\mathbf{y}_i | x_i)$  — условная плотность  $\mathbf{y}_i$ , если передавался символ  $x_i$ ;  $f(\mathbf{y}_j) = \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M f(\mathbf{y}_j | x_l)$  — безусловная плотность  $\mathbf{y}_j$ .

За результат принимается значение  $I_N$  (8), при котором обеспечивается заданный уровень погрешности с заданной доверительной вероятностью.

Для оценки погрешности [16] одновременно с оценкой математического ожидания (8) вычисляется оценка дисперсии:

$$D_N = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \log^2 \frac{f(\mathbf{y}_i | x_i)}{f(\mathbf{y}_i)} - I_N^2. \quad (8a)$$

Будем считать, что для суммы (8) выполнены условия центральной предельной теоремы. Для этого согласно известному из математической статистики правилу необходимо выбрать  $N \geq 30$ . Тогда вероятность  $\beta$  отличия  $I_N$  от истинного значения  $I$  не более чем на  $\delta$  будет равна:

$$P(|I_N - I| < \delta) = x_\beta \sqrt{\frac{D_N}{N}}, \quad (8b)$$

где  $x_\beta$  — корень уравнения  $\Phi(x) = \beta$ ,  $\Phi$  — интеграл вероятностей [16].

Пусть передается символ  $x$ . Обозначим вектор отсчетов соответствующего символу  $x$  сигнала (1) без шума в моменты  $kT$  через  $X_1$ , вектор отсчетов сигнала (1) без шума в остальные моменты через  $X$ . Аналогично обозначим вектор принятых отсчетов сигнала с шумом в моменты  $kT$  через  $Z_1$  и вектор принятых отсчетов сигнала с шумом в остальные моменты через  $Z$ . Плотность принятой выборки представляется в виде:

$$\begin{aligned} f(\mathbf{y} | x) &= f(Z_1) f(Z | Z_1) = \\ &= f(Z_1) \int_{\xi} f(\xi | Z_1) f(Z | \xi) d\xi, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\xi$  — вектор комплексного мультипликативного шума в моменты  $kT$ .

Рассмотрим компоненты выражения (9). Элементы вектора  $Z_1$  независимы и представляют собой сумму двух гауссовских случайных величин с нулевым средним и дисперсиями  $S(t)^2 A^2$ ,  $\sigma^2$ . Таким образом,

$$f(Z_1) = \prod_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma^2 + A^2|X_{1k}|^2)}} e^{-\frac{Z_{1k}^2}{2(\sigma^2 + A^2|X_{1k}|^2)}}, \quad (10)$$

где  $X_{1k}$  —  $k$ -й отсчет посланного сигнала, дискретизированного с шагом дискретизации мультипликативного шума;  $Z_{1k}$  — вещественная часть  $k$ -го отсчета принятого сигнала  $Z_1$ , дискретизированного с шагом дискретизации мультипликативного шума;  $\sigma^2$  — дисперсия шума и помех;  $A^2$  — дисперсия мультипликативного шума;  $n$  — число отсчетов дискретизированного мультипликативного шума.

Зная вектор  $Z_1$ , можно по формуле Байеса найти условное распределение независимых значений  $\xi_k$  мультипликативного шума из формулы (3):

$$f(\xi_k | Z_{1k}) = \frac{f(Z_{1k} | \xi_k) f(\xi_k)}{f(Z_{1k})} = \frac{\sqrt{2\pi(\sigma^2 + A^2|X_{1k}|^2)}}{2\pi A^2 \sigma \sqrt{2\pi}} \times \frac{Z_{1k}^2}{2(\sigma^2 + A^2|X_{1k}|^2)} \frac{(Z_{1k} - \text{Re}[s_k \xi_k])^2}{2\sigma^2} \frac{|\xi_k|^2}{2A^2} \quad (11)$$

При известных  $\xi_k$  условное распределение  $f(Z(t) | \xi)$  принятого сигнала  $Z(t)$  в момент  $t$  имеет вид:

$$f(Z(t) | \xi) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left( Z(t) - s(t) \cdot \text{Re} \left[ \sum_{l=1}^n K_l(t) \xi_l \right] \right)^2}{2\sigma^2}}, \quad (12)$$

где  $K_l(t)$  вычисляется по формуле (5).

Учитывая (10), (11), (12), формула (9) элементарными преобразованиями приводится к виду:

$$f(\mathbf{y} | x) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^{n+m} (2\pi A^2)^n} \int_{R^n} e^{-\xi' Q \xi + q \xi + c} d\xi, \quad (13)$$

где  $n$  — число моментов дискретизации мультипликативного шума;  $m$  — число моментов дискретизации сигнала;

$$Q = \frac{1}{2} \times \begin{pmatrix} \text{diag}\left(\frac{\sigma^2}{A^2} + \text{Re}X_1 * \text{Re}X_1\right) + (K \text{Re}X^m)(K \text{Re}X^m)' & -\text{diag}(\text{Re}X_1 * \text{Im}X_1) - (K \text{Re}X^m)(K \text{Im}X^m)' \\ -\text{diag}(\text{Re}X_1 * \text{Im}X_1) - (K \text{Re}X^m)(K \text{Im}X^m)' & \text{diag}\left(\frac{\sigma^2}{A^2} + \text{Im}X_1 * \text{Im}X_1\right) + (K \text{Im}X^m)(K \text{Im}X^m)' \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$q = \begin{pmatrix} Z_1 * \text{Re}X_1 + \sum \text{Re}(X^m * Z^m) * K \\ -Z_1 * \text{Im}X_1 - \sum \text{Im}(X^m * Z^m) * K \end{pmatrix}, \quad (15)$$

$$c = \left( \sum Z_1^2 + \sum Z^2 \right) / 2\sigma^2, \quad (16)$$

$$X^m = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}_n X, \quad (17)$$

$$Z^m = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}_n Z$$

— матрицы, состоящие из  $n$  строк, в которых записаны соответственно векторы  $X$  и  $Z$ ;

$$K = \begin{pmatrix} K_1(0) & K_1(\Delta t) & \dots & K_1((m-1)\Delta t) \\ K_2(0) & K_2(\Delta t) & \dots & K_2((m-1)\Delta t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_n(0) & K_n(\Delta t) & \dots & K_n((m-1)\Delta t) \end{pmatrix} \quad (18)$$

— матрица коэффициентов (5), вычисленных в моменты дискретизации сигнала, знак «\*» означает поэлементное умножение.

Интеграл (13) рассмотрен в [17]. Выражение для него имеет вид:

$$f(\mathbf{y} | x) = \frac{\left( \frac{\pi^n}{|\det Q|} \right)^{1/2}}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^{n+m} (2\pi A^2)^n} e^{c + \sum q' Q q / 4}, \quad (19)$$

где  $n$  — число моментов дискретизации мультипликативного шума;  $Q$ ,  $q$ ,  $c$  вычисляются по формулам (14), (15), (16) соответственно.

Параметры радиолинии, фигурирующие в выражениях (10)–(13) и результирующем выражении (19) для  $f(\mathbf{y} | x)$  — это параметр  $\sigma$  аддитивного гауссовского шума и параметр  $A$  мультипликативного шума. Такие параметры радиолинии, как вид модуляции, кодирования и т. д. для этих формул несущественны. Считается, что передается произвольный сигнал, характеризуемый выборкой  $X$ , под действием шумов перешедший в выборку  $Z$ . Когда необходимо провести моделирование плотности выборки из конкретного вида сигнала, моделируются отсчеты  $X$  и  $Z$  того сигнала, который используется в радиолинии, и эти отсчеты подставляются в формулы (10)–(13) и (19).

Обобщая вышесказанное, можно сформулировать алгоритм для вычисления количества информации, которое можно передать в посылке сигнала с цифровой модуляцией.

## Алгоритм вычисления количества информации

*А) Предварительный этап.*

А1) Устанавливаются начальные нулевые значения  $E = 0$ ,  $D = 0$ ,  $n = 0$ , значения допустимой погрешности  $\delta$  и доверительной вероятности  $\beta$ . Вычислить  $x_\beta$  — корень уравнения  $\Phi(x) = \beta$ .

*Б) Вычисление количества информации.*

Б1) Разыгрывается символ  $x_n$  и моделируется принятый сигнал  $\mathbf{y}_n$  (1) при этом  $x_n$ .

Б2) Находится логарифм условной плотности распределения  $f(\mathbf{y}_n | x_l)$  по формуле (19) для всех символов  $x_l$  ( $l = 1 \dots M$ ) и логарифм безусловной плотности  $f(\mathbf{y}_n) = \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M f(\mathbf{y}_n | x_l)$ . Находится логарифм отношения  $L = \frac{f(\mathbf{y}_n | x_n)}{f(\mathbf{y}_n)}$ .

Б3) Обновляются суммы  $E$  и  $D$ :  $E = E + L$ ,  $D = D + L^2$ , число итераций  $n = n + 1$ .

Б4) Вычисляются выборочные среднее и дисперсия:  $E_n = E/n$ ,  $D_n = D/(n - 1) - E_n^2$  (начиная с 30-й итерации).

Б5) Вычисляется  $\delta_n = x_\beta \sqrt{\frac{D_n}{n}}$  (начиная с 30-й итерации).

Б6) Если  $\delta_n < \delta$  и  $n > 30$ , то принять искомое количество информации  $I = E_n$  с доверительной

вероятностью  $\beta$  и абсолютной погрешностью, меньшей или равной  $\delta$ , и завершить алгоритм. Иначе переход к пункту Б1.

## Пример вычисления скорости передачи информации

Применим рассмотренную методику вычисления теоретически достижимой скорости передачи информации по абонентскому каналу системы спутниковой связи Iridium [18]. Рассчитанная скорость передачи означает теоретически возможную скорость безошибочной передачи информации заданным сигналом при данной модели помех. Абсолютная безошибочность может быть достигнута только при бесконечном накоплении информации, однако, увеличивая длину кодовых слов, можно сколь угодно близко к ней приближаться.

В [19] приведены следующие технические характеристики абонентского канала системы «Iridium»:

- несущая частота — 1620 МГц;
- символьная скорость — 25 кбод;
- ширина полосы частот канала — 31,5 кГц;
- мощность передатчика — 1 Вт;
- коэффициент усиления антенны передатчика — 20 дБ;
- коэффициент усиления антенны приемника — 3 дБ;
- шумовая температура приемника — 553 К;
- вид модуляции сигнала — QPSK.

Будем считать, что интервал корреляции мультипликативного и фазового шума равен 5 символам и вычислять теоретическое количество информации, передаваемое группой из 5 посылок, и затем пропорционально пересчитывать это количество информации в теоретически достижимую скорость безошибочной передачи информации при символьной скорости 25 кбод. Параметр распределения Рэля для искажений амплитуды считаем равным 1. Расстояние до КА считаем равным 1000 км. На рис. 2 приведены графики зависимости теоретически достижимой скорости передачи информации от отношения сигнал/шум, под которым подразумевается отношение средней мощности сигнала к дисперсии аддитивного белого гаус-

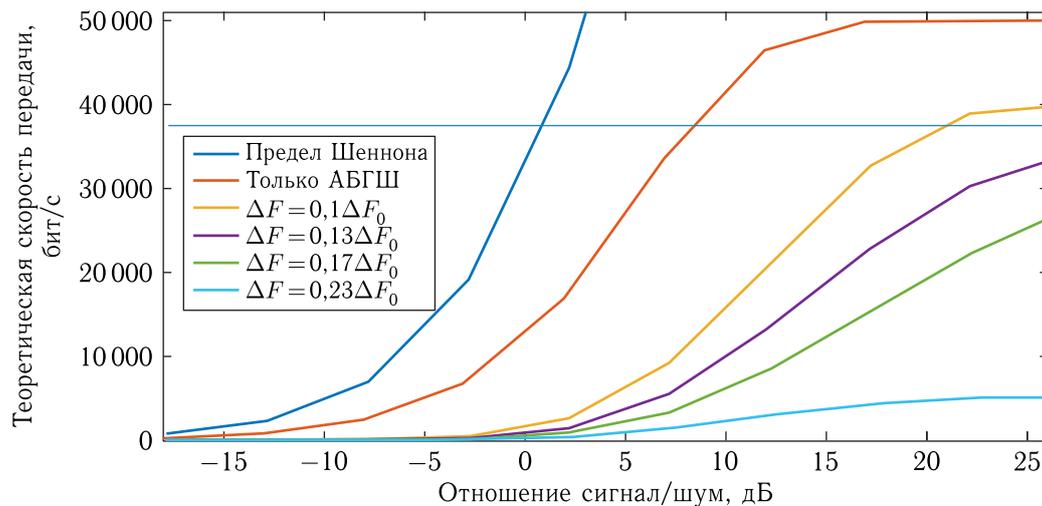


Рис. 2.

совского шума (АБГШ). Верхний график показывает классическую оценку пропускной способности по теореме Шеннона. Следующий график демонстрирует оценку теоретической скорости передачи с помощью QPSK-сигнала с ограничением символьной скорости в 25 кбод при отсутствии мультипликативных и фазовых шумов. Остальные графики показывают эту же зависимость при разных значениях ширины полосы мультипликативного шума  $\Delta F$  относительно ширины полосы канала связи  $\Delta F_0$ .

Согласно [18] скорость кода, исправляющего ошибки [21], в абонентском канале системы Iridium составляет  $R = 3/4$ ,  $1/4$  символов используются для исправления ошибок, а  $3/4$  символов несут полезную информацию, то есть скорость передачи информации составляет  $((2 \text{ бит на символ}) \times (25\,000 \text{ символов в секунду}) \cdot 3/4) 37\,500 \text{ бит/с}$ . Эта скорость показана на рис. 2 горизонтальной линией. По рис. 2 определяем, что такая теоретическая скорость безошибочной передачи информации соответствует работе системы при отношении сигнал/шум 8 дБ при наличии только АБГШ и при отношении сигнал/шум 21 дБ при наличии коррелированных мультипликативных и фазовых помех с шириной полосы в  $1/10$  ширины полосы канала связи. При больших значениях ширины полосы мультипликативного шума, представленных на графике, передача информации с заявленным качеством невозможна.

## Заключение

Построен алгоритм оценки теоретически достижимой скорости передачи информации в канале связи с фазоманипулированным сигналом и со сложной негауссовской моделью помех, включающей в себя аддитивный, фазовый и мультипликативный коррелированные шумы. На примере системы Iridium продемонстрировано, что учет указанных факторов значительно повышает точность оценки теоретической скорости передачи информации по сравнению с моделью аддитивного белого гауссовского шума. Проведено сравнение влияния «быстрых» (широкополосных) и «медленных» (узкополосных) мультипликативных и фазовых шумов.

Предложенная методика может использоваться для оценки уровня помех, при котором возможно функционирование спутниковых систем связи и навигации с заданным качеством, при построении новых спутниковых систем связи и навигации для оценки помехоустойчивости используемых сигналов и методов их обработки.

## Список литературы

1. *Gertjie S. Hoffmann, Albert S.J. Helberg, Magdalena J. Groble* A Brief Survey of Channel Models for Land Mobile Satellite Communication // Proceedings of Southern Africa Telecommunication Application Network, 2010.

2. Measurements and Modeling of the Satellite-to-Indoor Channel for Galileo F. Pérez-Fontán, B. Sanmartín, A. Steingass, A. Lehner, J. Selva, E. Kubista, B. Arbesser-Rastburg. Institute of Navigation National Technical Meeting ION NTM, 2004.
3. Abdelmonaem Lakhzouri, Elena Simona Lohan, Ilkka Saastamoinen, Markku Renfors. Interference and Indoor Channel Propagation Modeling Based on GPS Satellite Signal Measurements // Computer Science, 2005.
4. Pérez-Fontán F., Vázquez-Castro M., Cristina Enjamio Cabado, Jorge Pita Garcna, Kubista E. Statistical Modeling of the LMS Channel // IEEE Transactions On Vehicular Technology, 2001, vol. 50, no. 6.
5. Giovanni E. Corazza, Member, Francesco Vatalaro. A Statistical Model for Land Mobile Satellite Channels and Its Application to Nongeostationary Orbit Systems // A Statistical IEEE Transactions On Vehicular Technology, 1994, vol. 43, no. 3.
6. Daniel Cygan. Analytical evaluation of average bit error rate for the land mobile satellite channel. International Journal of Satellite Communications, 1989, no. 7(2) P. 99–102.
7. Nguyen M. H., Richterova M., Vrsecka M. Phase Error Analysis of M-QAM Demodulation in Satellite Channel. 2019 International Conference on Military Technologies (ICMT), Brno, Czech Republic, 2019
8. Hugo Chelle, Michael Crosnier, Vincent Deslandes, Riadh Dhaou and Andre-Luc Beylot. Modelling Discontinuous LEO Satellite Constellations: Impact on the Machine-To-Machine Traffic and Performance Evaluation. 2016 8th Advanced Satellite Multimedia Systems Conference and the 14th Signal Processing for Space Communications Workshop (ASMS/SPSC), Palma de Mallorca, 2016.
9. Липкин И. А. Статистическая радиотехника. Теория информации и кодирования. М.: Вузовская книга, 2002.
10. Скляр Б. Цифровая связь. М.: ИД «Вильямс», 2003.
11. Бузов А. Л., Быховский М. А. и др. Управление радиочастотным спектром и электромагнитная совместимость. М.: Эко-Трендз, 2006.
12. Дулевич В. Е. Теоретические основы радиолокации. М.: Советское радио, 1964.
13. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. СПб.: БХВ-Петербург, 2011.
14. Шелухин О. И., Беляков И. В. Негауссовские процессы. СПб.: Политехника, 1992.
15. Колмогоров А. Н. Избранные труды. Том 3. Теория информации и теория алгоритмов. М.: Наука, 2005.
16. Соболев И. М. Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973.
17. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1975.
18. Технические характеристики спутниковой системы связи Iridium. [http://www.satlink.ru/Spytnikovaia\\_sviaz/Iridium/Tehnicheskie\\_harakteristiki.html](http://www.satlink.ru/Spytnikovaia_sviaz/Iridium/Tehnicheskie_harakteristiki.html) (Дата доступа 16.04.2020)
19. Макаренко С. И. Описательная модель системы спутниковой связи Iridium // Системы управления, связи и безопасности, 2018, № 4.
20. Цветков О. В. Энтропийный анализ данных в физике, биологии и технике. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2015.
21. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. М.: Мир, 1986.
22. Стругов Ю. Ф., Семенов А. М., Добровольский С. М., Батырев И. А. Стохастическое моделирование каналов с аддитивными и мультипликативными помехами. Схема реализации. Математические структуры и моделирование, 2015, № 2(34).
23. Артюшенко В. М. Моделирование плотности распределения вероятности смеси сигнала, подверженного воздействию амплитудных искажений и аддитивной помехи // Радиотехника, 2017, № 1.
24. Фомин А. Ф. Асимптотически оптимальные алгоритмы и потенциальная помехоустойчивость стохастических динамических систем при воздействии помех с произвольным известным законом распределения. М.: Наука и техника транспорта, 2014. № 2.